ИЗУЧАВАНЕ ТЕОРЕМИТЕ НА МЕНЕЛАЙ И ЧЕВА И НЯКОИ ТЕХНИ ПРИЛОЖЕНИЯ С ПОМОЩТА НА ДИНАМИЧНА ОБУЧАВАЩА СРЕДА

АНГЕЛ А. ГУШЕВ

TEACHING THEOREMS OF MENELAUS AND CEVA AND SOME OF THEIR APPLICATIONS USING A DYNAMIC LEARNING ENVIRONMENT

ANGEL A. GUSHEV

ABSTRACT: *During the academic year 2009/2010, in the High School of Mathematics and Natural Science of Veliko Turnovo an educational research was carried out. Scope of this research was the study of the theorems of Menelaus and Ceva and some of their applications in second level mathematics classes of ninth grade. This article describes the steps of this pedagogical research. The results of the students before and after teaching in the traditional way and teaching using a web-based dynamic learning environment are investigated and compared. Conclusions about the place and the role of the dynamic mathematical software in the mathematics education are given.*

KEYWORDS: *pedagogical research, mathematics, information technology, dynamic mathematical software*

1. Увод

Съвременните реалности са свързани с бурно развитие на информационните и комуникационни технологии. Във връзка с това е разработена Национална стратегия за въвеждане на ИКТ в българските училища и Национална програма „ИКТ в училище”. Част от главните цели, залегнали в Стратегията, са в съответствие с нуждите на педагогическото използуване на ИКТ, чрез прилагане на иновационни методи и подходи в обучението.

Приоритет в насоките на МОН са идеите за използване на информационните технологии като средство за подобряване на качеството на образованието с цел по-голяма ефективност и повишаване мотивацията на учениците. Ученикът трябва да бъде не само слушател, но и участник в процеса на обучение.

Структурата на иновационния урок включва създаване на учебни ситуации, при които са налице условия за експерименти. Опитът показва, че чрез информационните технологии се увеличават възможностите за постигане на исканите резултати в обучението. При това, ако технологиите се използват като обогатяващо учебния процес средство, то учениците ще са в центъра на събитията и ще работят активно.

Не е задължително да се използват ИКТ във всяка учебна ситуация. Нещо повече – те трябва да се използват само когато учителят е убеден, че може да направи с тях нещата по-добре. Това предполага учителят да осмисли даден проблем и различните подходи за решаването му така, че използването на нови технологии да обогатява традиционния учебен процес.

В обучението по математика понякога се налага различни математически факти и твърдения да бъдат визуализирани. Изхождайки от опита си на преподаване на математика в горния курс авторът счита, че това е най-удачно да става там, където ситуацията може да бъде подходящо параметризирана или там, където визуализацията на дадена геометрична ситуация е от съществено значение. Един такъв пример е изучаването теоремите на Менелай и Чева и някой техни приложения в IX клас – второ равнище. Тяхното усвояване е заложено в учебното съдържание по математика в една от най-важните теми от училищния курс – темата „Подобие”. Обикновено времето, предназначено за изучаването им не е достатъчно и това води до не доброто им усвояване от учениците. С цел подпомагане на учебния процес е разработена уеб-базирана Динамична обучаваща среда.

2. Представяне на уеб-базираната Динамична обучаваща среда.

Уеб-базираната Динамична обучаваща среда се основава на принципа на нагледността и визуализацията като стратегия на учене.

Целта й е да се използват и двата начина на представяне на информацията словесен и нагледен, за да се подпомага не само общото разбиране на контекста на дадено учебно съдържание, но и да се формира у учащите се способност за превеждане на информация от езика на словото на езика на образите.

Следвайки модела на дидактическо моделиране, разработената обучаваща среда служи за подпомагане на обучението в раздела ”Теореми на Менелай и Чева”, застъпен в учебника за профилирана подготовка в IX клас. Посредством нея обучаемите получават помощ при изграждането и структурирането на знанията.

Отделните информационни единици се предлагат така, че всеки модул – уебстраница, анимация или визуализация да се отнася до самостоятелна единица, която е изложена на това място изчерпателно, точно и достъпно. От едно общо начало следват връзки към други учебни единици.

Вътрешната структура, заложена в конкретната тематика, служи за шаблон при осъществяване на навигацията между отделните модули, с което се постига интуитивна ориентация.

Софтуерната основа на разработената обучаваща среда е програмата Geonext. Тя служи за създаване на геометрични и графични конструкции, като предлага една чертежна повърхност и множество конструкционни инструменти. Създадените геометрични и графични конструкции могат да бъдат коригирани по различни начини и динамично променяни, което дава богати възможности за анимиране на математическата ситуация.

Динамичният математически софтуер отваря нови възможности за преподаване и усвояване на материала в урока по математика, предоставяйки нови методи за визуализиране. Това спомага за пълноценното осмисляне на характеристиките на ситуацията, за изграждането на хипотези, за проверка на верността им, за визуализиране и анализиране на крайния резултат. Такъв ефект трудно може да бъде постигнат при използването на традиционните помагала.

Разработената Динамична обучаваща среда представлява уеб-базирано приложение, създадено в HTML формат, предназначено за компютърно подпомогнато обучение.

Тя доразвива и надгражда концепцията, зададена от аналогични продукти за обучение по алгебра (вж. [8] и [14]).

Хипертекстовият формат позволява вграждането на текстове, графики, както и на динамични конструкции – Flash анимации и аплети.

Най-често използваните интернет браузъри като Internet Explorer, Mozilla Firefox, Opera, Google Chrome и др. визуализират еднакво добре предложения продукт.

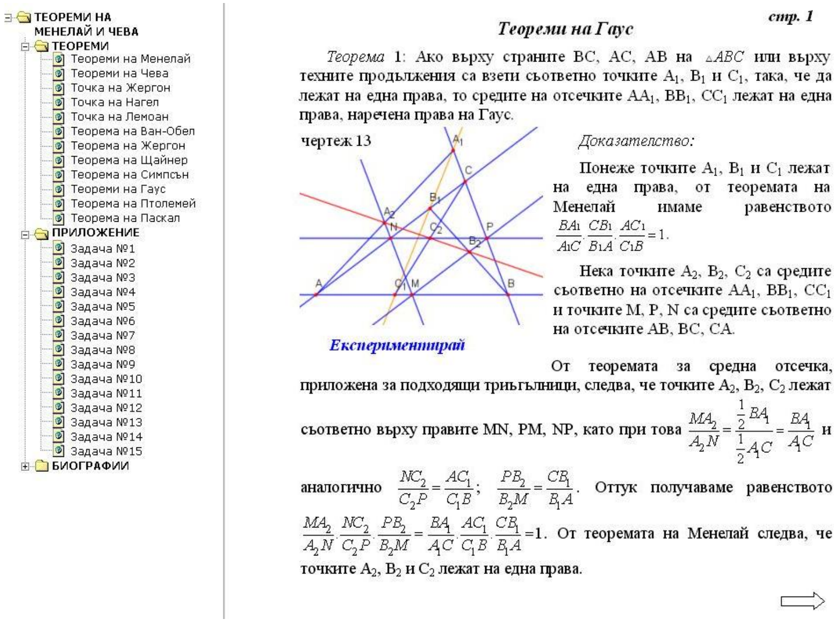
Навигацията се осъществява посредством меню, което е с дървовидна структура на две нива. На първо ниво са основните раздели от съдържанието, а на второ са заглавията на конкретните учебни единици. След избора на даден урок съдържанието му се визуализира в основния прозорец. (фиг. 1.)

Придвижването по съдържанието се осъществява лесно и интуитивно, посредством стрелки, разположени в долната част на страницата. За придвижване могат да бъдат използвани и стандартните възможности, които ни предоставя конкретния уеб браузър.

Всеки урок предоставя богати възможности за визуализация при въвеждането на понятия, доказването на теореми или решаването на задачи.

За разлика от традиционното представяне на учебния материал по геометрия тук един динамичен аплет заменя множеството статични чертежи, необходими за пълното излагане на материала.

Всеки от обектите на аплета може да бъде показван или скриван, когато е необходимо.



Фигура 1.

Възможностите на технологията позволяват да се използват нови средства за евристичен анализ на геометричната ситуация, съставяне и проверка на хипотези и т.н. Някои от точките са свободни и могат да се движат с помощта на мишката. Така може да се следи изменението на геометричната конструкция, да се съпоставят отделните чертежи и да се правят изводи.

В отделен прозорец на Динамичната обучаваща среда на потребителя се предоставя възможност за експеримент. Там той може да променя местоположението на даден обект и същевременно да следи дали се запазват свойствата на зададената конструкция (фиг. 1.).

Динамична обучаваща среда формира концепцията за представяне на учебното съдържание, в основата на която са следните правила:

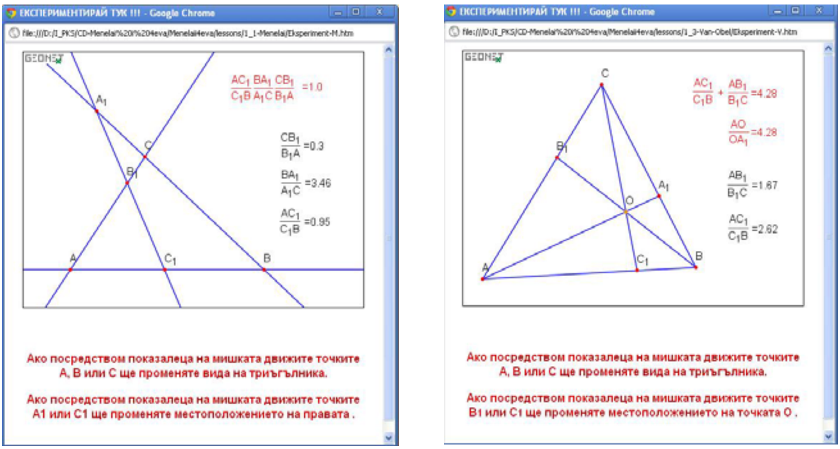
– винаги доказателството или решението на дадена задача започва от първоначален (възможто най-прост) чертеж;

– визуализацията става стъпка по стъпка, като в хода на работата се дава възможност за повторение;

– предоставена е възможност за връщане към първоначалния вид на чертежа;

– след протичане на конкретното решение или доказателство на обучаемия се предоставя и възможност за експериментиране (фиг. 2.).

По този начин хода на всеки урок може да бъде моделиран индивидуално, съобразно обучаемите и конкретната ситуация.



Фигура 2.

При представянето на всяка тема са включени два типа уроци: урок за нови знания и урок за упражнение.

Представената динамична обучаваща среда е иновационен образователен софтуерен продукт, предназначен за компютърно подпомогнато обучение. Той е адресиран към: учители по математика, информатика, информационни технологии, физика и други природо-математически дисциплини и техните ученици; преподаватели в природо-математическите факултети и техните студенти; специалисти по дидактика, методика на обучението по математика и по информационни технологии.

Реализираният дизайн, навигация и ясна структура го правят атрактивен и лесен за използване. Възможно е включването му във всеки етап на обучението:

– преподаване на понятия, факти и твърдения;

– усвояване на знания и умения;

– прилагане и усъвършенстване на придобитите знания и умения;

– създаване на дидактически материали.

Целта е използването на динамичната обучаваща среда да се съчетава по естествен начин с класическите форми на работа – използване на тетрадки, учебници, сборници и т.н. Същевременно визуализацията в него – динамични графики, аплети и ефекти, и възможностите за експериментиране непосредствено и в реално време са извън възможностите на “листа и молива”.

Методическите цели на образователната среда са главно в следните посоки: повишаване качеството на преподаване и усвояване на учебния материал; повишаване интереса на учениците; осигурява възможност за активно участие на обучаемите в процеса на усвояване и натрупване на познания; възможност за индивидуализация при обучението.

Постигането на тези цели с помощта на динамичната обучаваща среда изисква разработването на специална методика, което е едно ново предизвикателство пред всички, занимаващи се с преподаване на математика.

3. Представяне на педагогическото изследване.

За да се апробира използването на Динамичната обучаваща среда през учебната 2009/2010 година в Природо-математическа гимназия „Васил Друмев”, гр. Велико Търново беше проведено педагогическо изследване. Предмет на педагогическото изследване беше изучаването на теоремите на Менелай и Чева и някой техни приложения в часовете по математика в IX клас – второ равнище. Обект на педагогическото изследване бяха 50 ученици от девети клас профил природо-математически. Двадесет и пет ученици – математика с английски език, бяха контролна група, а 25 учениции математика с немски език – експериментална група.

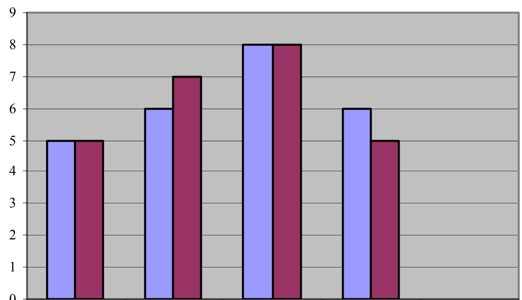
След изучаване на материала за пропорционални отсечки, теоремата на Талес и подобни триъгълници бе проведена контролна работа. Тя послужи за проверка на съществуването на статистически значима разлика между нивото на учениците от двата класа и се използва като входно ниво на провеждания експеримент.

Целта на входното ниво бе да се провери подготвени ли са учениците за разширяване на знанията им, чрез усвояване на теоремите на Менелай и Чева и някой техни приложения.

Критерий бе усвоеността на знанията и уменията за решаване на задачи, а показатели – обемът на знания и тяхната задълбоченост. За измерване на показателите бе използвана стандартната петстепенна скала с най-ниска степен „Слаб” и най-висока степен – „Отличен”.

В контролната работа бяха включени четири задачи, чрез които се проверяват знанията на учениците за свойство на ъглополовящите, теорема на Талес и подобни триъгълници.

Резултатите от входното ниво на учениците са дадени на хистограма 1.



	отличен	много добър	добър	среден	слаб
експериментална група	5	6	8	6	0
контролна група	5	7	8	5	0

Хистограма 1

Статистическата обработка на резултатите е представена в Таблица 1.

Таблица 1

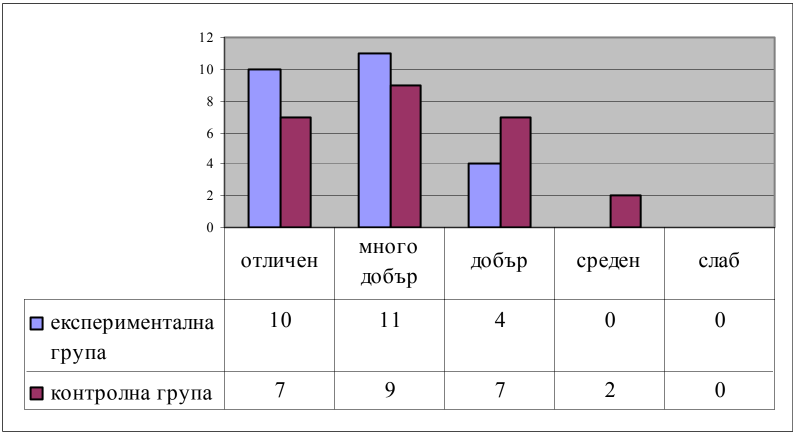
Групи	средно аритметично $\bar{x}$	Мода Mo	Медиана Me	Дисперсия S^2	средно квадратично отклонение $S = \sqrt{S^2}$
Контролна	4,48	4	4,44	1,09	1,05
Експериментална	4,48	4	4,31	1,17	1,08

След статистическата обработка на резултатите от входното ниво основната задача бе да се провери дали двете извадки принадлежат към една и съща генерална съвкупност. Първо, чрез F-критерия на Фишер, се провери, че дисперсиите на генералните съвкупности са равни. След това, чрез t-критерия на Стюдънт, се определиха теоретичните средни стойности на генералната съвкупност и се видя, че те са равни.

След като се установи, че между входните резултати на двата класа няма статистически значима разлика се пристъпи към изложението на теорията. Подредбата на задачите при изучаването на теоремите на Менелай и Чева бе една и съща в контролната и експериментална група. Разликата бе в начина на преподаване. В контролната група то се извърши по класическия начин – с маркер и бяла дъска, а в експерименталната група - посредством уеб-базираната Динамична обучаваща среда.

В края на обучението с учениците беше проведена контролна работа, която изигра роля на изходно ниво. Учениците, в рамките на 90 минути, решаваха четири задачи. С първата задача се проверяваха умения за непосредствено прилагане теоремата на Чева. Втората задача бе непосредствено приложение на теоремите на Менелай. Третата задача изискваше използване на свойството на ъглополовящите и теоремата на Менелай. За решаването на четвъртата задача бе необходимо използване на подобни триъгълници и теоремата на Менелай.

Резултатите от изходното ниво са дадени на хистограма 2.



Хистограма 2

Статистическата обработка на резултатите е представена в Таблица 2.

Таблица 2

Групи	средно аритметично $\bar{x}$	Мода Mo	Медиана Me	Дисперсия S^2	средно квадратично отклонение $S=\sqrt{S^2}$
Контролна	4,84	5	5,12	0,89	0,94
Експериментална	5,24	5	5,29	0,52	0,72

Основната цел на изследването бе да се установи до каква степен учениците са усвоили изучавания материал, свързан теоремите на Менелай и Чева и да се провери има ли статистически значима разлика между резултатите на контролната и експерименталната група.

Нивото на дисперсията на контролната група показа, че получения висок резултат е постигнат от почти всички, тъй като успехът на повечето ученици с малко се различава от средния успех на изходното ниво.

Доверителният интервал бе $(4,47;5,21)$. Съгласно методиката, дадена в [2], може да твърдим, че с вероятност за грешка 5% средният успех за всички деветокласници, които се обучават по класическата програма, се очаква да принадлежи в този интервал.

Доверителният интервал на експерименталната група бе $(4,96;5,52)$. Това ни даде основание да твърдим, че с вероятност за грешка *5%* средният успех за всички деветокласници, които се обучавани, използвайки Динамичната обучаваща среда, се очаква да принадлежи в посочения интервал.

Получените резултати на изхода са по-високи и за двете групи от входните, но докато при входното ниво нямаме статистически значима разлика между резултатите на контролната и експерименталната група, то на изхода тази разлика е вече статистически значима. Това показва, че повишаването на нивото на учениците не се дължи на случайни фактори, а обучението с уеб-базираната Динамична обучаваща среда.

4. Заключение

В резултат на целенасочена и упорита работа основната цел беше постигната – беше разработена уеб-базирана методическа система от уроци за усвояване теоремите на Менелай и Чева, наречена Динамичната обучаваща среда. Тази методическа система беше експериментирана в Природо-математическа гимназия „Васил Друмев”, гр. Велико Търново. В резултат на експеримента се потвърди хипотезата, че целенасоченото обучение на учениците, използвайки Динамичната обучаваща среда, ще доведе до повишаване нивото на знанията за решаване на задачи, свързани с теоремите на Менелай и Чева и някои техни приложения.

Основният извод, който може да направим е, че използването динамичен математически софтуер поставя основите на един учебен процес, предоставящ на учениците възможност за самостоятелна, индивидуална и колективна работа, както и за един активен, изследователски подход при изучаването на математическата материя. В хода на тази дейност учителят е модератор, който предлага на учениците широка палитра от учебни ситуации. Това спомага за пълноценното осмисляне на характеристиките на ситуацията; за изграждането на хипотези, за проверка на верността им; за визуализиране и анализиране на крайния резултат. Ефект, който трудно може да бъде постигнат при използването на традиционните начини на преподаване.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Андреев, М.** Процесът на обучението. Дидактика. С., Св. Кл. Охридски, 1996.
2. **Бижков Г.**, Педагогическата диагностика, София, Народна просвета, 1988.
3. **Бижков, Г.** Реформаторската педагогика. С., Просвета, 1994.
4. **Бижков, Г.** Методологиа и методи на педагогическите изследвания. С., Аскони, 1995.
5. **Ганчев, И.,** Ю. Колягин, Й. Кучинов. Методика на обучението по математика от VIII до XI клас – първа и втора част. С., Модул, 1996, 1998.
6. **Гроздев, С.,** Т. Чехларова. Методика и информационни технологии в образованието, Сборник доклади ”Руската наука, образование и култура в съвременния свят”. Ст. З., 2008.
7. **Гушев, А.** Теореми на Менелай и Чева. С., Техника, 1967.
8. **Гушев А.,** В. Гушев. Електронен учебник по математика за осми клас, Математика и математическо образование (с. 341- 348), 2007.
9. **Гушев А.**, В. Гушев, Програмата Geonext в помощ на изследването на геометрични конструкции, Математика и информатика (с. 33 – 38) бр. 6, 2008.
10. **Гушев А.**, Динамична математика за всеки, сп. Математика и информатика (с. 15 - 20), бр. 4, 2010.
11. **Гушев А.,** В. Гушев. Динамичният математически софтуер – от нула до бузкрайност., Боровец, Изследователски подход в образованието по математика - по проект Fibonaci, 2012.
12. **Кендеров П.,** Иновации в математическото образование: европейските проекти InnoMathEd и Fibonacci, Математика и математическо образование, 2010.

13. **Лазаров, Б.,** М. Тодорова. Организиране на изследователското търсене на учениците в среда на система за динамична геометрия, Оброзование и технологии. Том 2/2011.
14. **Тонова Т.**, В. Гушев, Е. Копева, Образователна среда за графично решаване на параметрични задачи, Математика и информатика (с. 1 – 19),бр. 5, 2005.; (с. 4 - 8) бр. 6, 2005.; (с. 10 - 15) бр. 1, 2006.
15. **URL:** http://www.math.bas.bg/~omi/DidMod/volume01_2007_2008.htm Involving Students in Software Design by Mathematical Projects
16. **URL:** http://www.pmgvt.org/projects/cheva/index.html
17. **URL:** http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm
18. **URL:** http://fibomath.swu.bg/content/list.php