Задачи за **втори етап** (месец февруари)
на Турнира за купата на декана по математика

Задача 1.

Пресметнете стойността на симетричния полином

$$F = \begin{vmatrix} x_1 + x_2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x_2 + x_3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x_1 + x_3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

за корените на уравнението $f(x) = x^3 - x^2 + 1 = 0.$

Задача 2.

Да се докаже равенството

$$arctg\, x + arctg\, y = \pi + arctg\, \frac{x+y}{1-xy}$$

За всяко x и y, за които $x > 0$ и $xy > 1$.

Задача 3.

Дадени са векторите

$\overrightarrow{d_1} = (\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{b}),$ $\overrightarrow{d_2} = \vec{a},$ $\overrightarrow{d_3} = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} + (\vec{a} \times \vec{c}).$

Да се докаже, че необходимото и достатъчно условие векторите $\overrightarrow{d_1}$, $\overrightarrow{d_2}$, $\overrightarrow{d_3}$ да бъдат компланарни е или векторите $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ да са компланарни или векторите $\vec{a} \times \vec{b}$ и $\vec{a} \times \vec{c}$ да са ортогонални.