

Задачи за **първи етап** (месец декември 2021)
на Турнира за купата на Декана по математика

Задача 1.

Даден е изпъкнал четириъгълник **ABCD**, в който може да се впише окръжност и около който може да се опише окръжност. Диагоналът **AC** разполовява диагонала **BD**.

- а) Да се докаже, че **ABCD** е *делтоид* с прав ъгъл.
б) Ако **AB**=**x**, то да се изрази лицето на четириъгълника чрез **x**.

Задача 2.

Докажете, че:

- а) $2^{11.31} \equiv 2 \pmod{11.31}$;
б) ако p и q са различни прости числа, то $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$.

Задача 3.

Преобразувайте израза

$$w - \ln\left(ap^2H + e^{ar} - \frac{2022}{y}\right) = \ln|y| - \ln N - \ln(12B),$$

където $N > 0$, $y < 0$, $aH > 0$, $B = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x\sqrt{38-x}-6x}{x^2-6x+8}$, по такъв начин, че **2022** да бъде

Happy New year.