

ENIGMATIC MEANS IN MATHEMATICS EDUCATION

АНТОАНЕТА К. КОВАЧЕВА

ABSTRACT: *This article presents different types of enigmatic tools - mathematical crossword puzzles and adapted mind maps of enigmatic nature, which are applicable in the process of teaching mathematics in seventh grade. The results of a pedagogical experiment are described, the analysis of which proves the successful applicability of the enigmatic means in the teaching of mathematics and the achievement of higher results.*

KEYWORDS: *enigmatic means, teaching mathematics, pedagogical experiment*

2020 Math. Subject Classification: 97C10, 97C30

ЕНИГМАТИЧНИ СРЕДСТВА В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА*

АНТОАНЕТА К. КОВАЧЕВА

АБСТРАКТ: *В настоящата статия са представени различни видове енигматични средства – математически кръстословици и адаптирани мисловни карти с енигматичен характер, които са приложими в процеса на обучение по математика в седми клас. Описани са резултати от проведен педагогически експеримент, чийто анализ доказва успешната приложимост на енигматичните средства в обучението по математика и достигането на по-високи резултати.*

* Тази статия се реализира с подкрепата на проект РД-89/28.01.2020 г. при ШУ „Епископ Константин Преславски“

КЛЮЧОВИ ДУМИ: *енигматични средства, обучение по математика, педагогически експеримент*

Увод

През последните години традиционно се наблюдават трайно ниски резултати на седмокласниците по математика от Националното външно оценяване (НВО). Независимо от фактите, че учениците, явили се през последните две години на това оценяване, от една страна, са обучавани по новите учебни програми, а от друга страна, в тестовете са включени и задачи с практическа приложимост, то резултатите остават непроменени и в случая - ненарастващи. Отчита се голям дял ученици с постижения под критичния праг т.е. ученици, които не притежават базисни умения по математика, и много нисък дял от ученици, които покриват максимума от знания и умения.

Тази статистика е много тревожна и провокира търсенето на нови методи и средства, приложими в обучението по математика в прогимназиален етап, чиято цел е да се подпомагане нивото на овладяване на знания за основни математически понятия и твърдения; асимилацията на взаимовръзките между тях; трансформирането на знанията в умения, приложими в цялостното развитие на отделния индивид и адекватни на заложените цели и резултати от обучението (знания, умения и отношения) по математика в съответната учебна програма .

Изложение

Посредством прилагане само на традиционни методи и средства на преподаване усвояването на знания по математика се превръща в монотонен, скучен и натоварващ за учениците процес, който не отчита индивидуалните психофизически характеристики на отделния обект. Всеки ученик възприема, преработва, съхранява и възпроизвежда информация по различен начин. Стилът на учене изразява предпочитанията на ученика към начина, по който информацията да достига до него. Всичко това мотивира

съвременния учител непрекъснато да търси и прилага нови методи и средства, с които да облекчи процеса на обучение, повиши неговата ефективност и най-вече отчете индивидуалните характеристики на обучаваните, с което да мотивира активното участие в процеса на обучение по математика. Един такъв подход – личностно ориентиран, е възможно реализиращ се посредством приложимостта на енигматичните средства.

Прегледът на съществуващите учебници, сборници и помагала показва, че броят на математическите кръстословици в тях е много малък и те предимно са числови. Анализът на учебната практика показва, че се подценяват възможностите на тези средства, главно, поради липса на такива готови създадени, както и неподготвеността на обучаващите адекватно да ги прилагат в реална учебна среда.

Проведеното експериментално обучение, в чийто фокус стоят енигматичните средства, като основен ресурс и подход обхваща първите три раздела по математика от учебната програма за 7. клас – цели изрази, уравнения и основни геометрични фигури. Учениците от експерименталната група (ЕГ) са обучавани чрез прилагането на различни видове енигматични средства (фиг.1), а учениците от контролната група, съобразно сега действащата учебна програма. Според вида и съдържанието в тях енигматичните средства са типологизирани като:

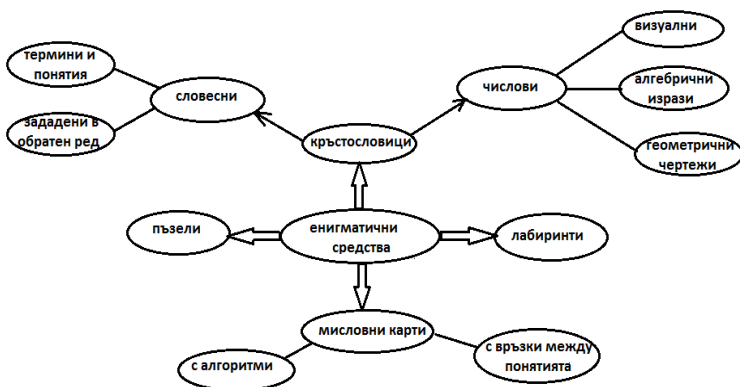
- 1. Словесни кръстословици** – с включени терминологични математически понятия и твърдения. Целта е чрез тях, от една страна, да се улеснят процесите на запаметяване и възпроизвеждане на математическите термини и понятия, а от друга страна, да се разнообрази учебния час, като се поддържат учениците в активна позиция. Според начина на задаване словесните кръстословици са разделени на следните подвидове:

- с термини и понятия;

- с визуална форма т.е. чрез визуализация на геометрични фигури и тела, които предизвикват интерес дори и при по-слабите ученици;
- със стъпки, зададени в обратен ред, т.е. кръстословицата е попълнена, а от учениците се изиска да формулират правилните въпроси към думите от кръстословицата.

Този тип кръстословици в експерименталното обучение са приложени в различни видове уроци:

- в началото на урок за нови знания за въвеждане на ново понятие. Чрез решаване на кратка кръстословица с думи и термини от придобити предходни понятия. При правилно попълване в оцветена част се появява новото понятие.
- в последния етап на урок за нови знания. За повторение и овладяване на новите термини и понятия.
- в началото на урок за обобщение, с цел актуализиране на термините и понятията, приложими в решаването на задачи, предвидени за часа.



Фиг.1. Схема на типове енигматични средства

2. **Числови кръстословици** - с включени алгебрични изрази, уравнения и геометрични задачи с чертежи. Статистиката сочи, че $3/5$ от учебното време по математика в прогимназиален етап се използва за формиране и развитие на умения за решаване на задачи, което е една от основните цели на обучение по математика. Тези кръстословици са подходящ вариант за прилагане в различни видове уроци (упражнение, обобщение). Чрез тях урока протича по нетрадиционен начин, ясно е регламентирано количеството задачи, които трябва да бъдат решени. Учениците, които работят с по-бързо темпо, могат да работят самостоятелно със собствен времеви ход. Този подвид кръстословици са удачен вариант за провеждане на проверяване и оценяване на придобитите знания и умения на учениците.
3. **Математически лабиринти и пъзели** - с включване на математически пъзели и лабиринти като дидактически средства в обучението по математика, адаптирани с възрастта и интересите на учениците, се визуализира още един вариант за разнообразяване на учебния час, за провокиране на интерес и за активност от страна на учениците. Прилагането им по-често в обучението по математика спомага развитието на логическото и пространственото мислене, подобряват наблюдателността и тренират паметта.
4. **Мисловни карти** – с включени на добре познатите мисловни карти на Бюзан, но адаптирани така, че да съдържат в себе си енигматичен характер. Мисловните карти са средство, което доказва успешна приложимост в обучението по математика. Всеизвестно е, че визуализацията на учебното съдържание по математика е изключително важна и колкото тя е по-добра, толкова и ученето става по-успешно. Те са мощно средство за

събиране на голямо количество информация на един лист. В обучението по математика приложението на мисловните карти спомага за:

- онагледяване на дадено понятие и разкриване на връзката му с други понятия;
- онагледяване на алгоритми при решаване на различни типове задачи.

Чрез мисловните карти се улеснява запаметяването, развива се математическата логика, пробужда се творческата енергия на учениците. Посредством тях по-лесно се усвояват връзките и зависимостите между термините и понятията. Добро средство са за осъществяването на по-бърз и по-ефективен преговор, съдействат за учене с разбиране. Мисловните карти могат да бъдат представени на учениците, разрязани на части (като елементи от пъзел), с условие да подредят картата, като им е предоставено само основното понятие. За да предизвикаме у учениците освен активност и логическо мислене, подходящо би било и наличието на части, които са излишни.

Енигматичните средства са приложими успешно в обучението по математика и като дидактически игри със състезателен характер. Елементите на играта, включена в урока, оказват силно въздействие върху дейността на учениците. Самата игра спомага за активизиране на умствената дейност, повишава вниманието и концентрацията, съдейства за появата на положителни емоции и изграждане на колективни взаимоотношения.

На един по-късен етап при прилагането на енигматичните средства в обучението по математика е възможна провокация на учениците – да ги съставят сами. Съставянето им е особено препоръчително от методологична гледна точка: изисква добро познаване на избраната тема и способност за ясно формулиране на дефиниции на понятия.

Съставяйки кръстословици като домашна работа, учениците са провокирани да се обърнат и към допълнителна литература,

опитвайки се да формулират интересен, нетрадиционен въпрос или да съставят кръстословица в нестандартна форма, което води до развиване на творческите им способности. Всеки правилно зададен въпрос към кръстословицата свидетелства за владенето на учебния материал от страна на ученика.

Енигматичните средства предизвикват голям интерес у учениците. Процесът на решаване, намиране на отговор, основан на интереса към задачата, положителното емоционално отношение към нея, е невъзможен без активна мисловна дейност. Такива важни качества като изобретателност, находчивост, инициативност се проявяват само в умствената дейност, основаваща се на непосредствен интерес. При подобни задачи способността на ученика да самоконтролира своите дейности значително повишава нивото на осъзнаване на своите действия и поведение, което е най-важното условие за интелектуалното му развитие.

Педагогически експеримент

Приложимостта на енигматичните средства в обучението по математика в 7. клас е в основата на проведения педагогически експеримент, включващ 6 паралелки от две шуменски училища: СУ „Йоан Екзарх” и П ОУ “Д-р Петър Берон”. В експеримента участие вземат 174 ученици, които след съпоставка на групите по брой и успех се редуцират в две групи по 66 ученици в една експериментална група (ЕГ) и една контролна група (КГ).

- **ЕГ** е обучавана по експерименталните методи в часове по общообразователна подготовка.
- **КГ** е обучавана по стандартната учебна програма в часове по общообразователна подготовка.

Обект на изследването на педагогическия експеримент е процесът на обучение по математика в прогимназиален етап на основна образователна степен.

Предмет на изследването е учебното съдържание, похватите и методите на преподаване и ролята им за интелектуалното развитие и израстване на учениците.

Целта на изследването е повишаване качеството на придобитите математически компетентности, в частност развитието на интелекта чрез обогатяване на методите и средствата на обучение с помощта на енигматични средства.

Съобразно целта, обекта и предмета на изследването се формулира и основната **хипотеза**: ако в обучението по математика в прогимназиален етап се прилагат енигматични средства, учениците ще подобрят знанията и уменията си, ще се повиши качеството на учене, ще се подобри математическата грамотност, като гореспоменатото ще доведе до развитие на интелекта.

Статистическият анализ на резултатите от експеримента включва сравнителен анализ между КГ и ЕГ (Between subject analysis). Изследвани са характеристиките на разпределението на признака в двете сравнявани групи, като са отчетени средните стойности и абсолютните и относителни честоти, стандартното отклонение и стандартната грешка.

За първоначално констатиране на знанията на учениците е взета като основа оценката по математика от входящата диагностика през учебната 2019/2020 година. Средният успех от входното ниво на формираните групи е неразличим: ЕГ – Добър 3,62, при стандартно отклонение 1,064 и КГ – Добър 3,67, при стандартно отклонение 1,155.

Налице е разлика от 0,05, която е несъществена, и е възможен извода, че и двете групи са с еднакво ниво на владееене на математически компетентности, притежават еднакви умения за разбиране и овладяване на учебното съдържание по математика и прилагането им при решаване на задачи. Това условие дава възможност да се установи дали след проведеното обучение резултатите са се променили и в каква посока.



Фиг.2. Разпределение на абсолютните честоти от входно ниво

Обемите на извадките са еднакви и затова при анализа могат да се сравнят абсолютните (фиг.2) и относителните честоти (фиг.3) на оценките от входно ниво. И в двете групи слабите оценки са 12, а отличните в КГ са 4 и са двойно повече от ЕГ. В двете групи най-голям е броят на добрите оценки – съответно 20 в КГ и 25 в ЕГ.

В структурно отношение слабите оценки в КГ и ЕГ са 18,2%. Най-нисък е относителният дял на отличните оценки от проведения входящ тест. Отличните оценки в КГ група са 6,1%, а в ЕГ са 3%.



Фиг. 3 Разпределение на относителните честоти от входно ниво

За оценка на резултатите от проведеното експериментално обучение е направен заключителен тест и в двете групи. Анализът на резултатите от теста показват, че средният успех в КГ е Среден 3,26 при средна степен на вариране, измерена чрез стандартното отклонение 0,982. На теста за установяване на резултатите от обучението в ЕГ е регистриран среден успех 4,21 при средна степен на вариране 0,953. Средният успех от проведеното експериментално обучение на учениците от 7. клас е по-висок с 0,95 от този на КГ, обучаваща се по стандартни методи, т.е. приблизително с една единица.

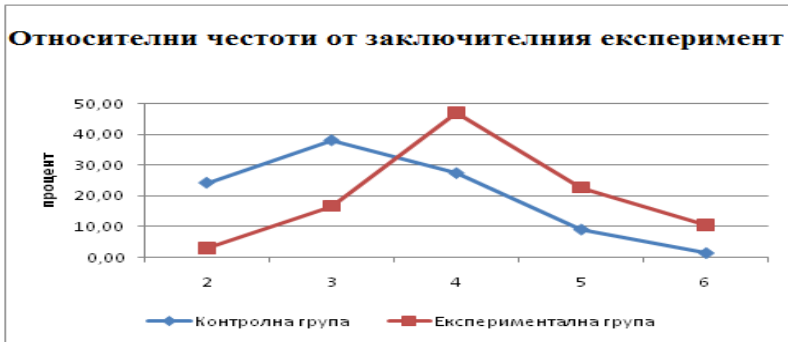
От извадките на заключителния експеримент могат да се сравнят абсолютните (фиг. 4) и относителните честоти (фиг. 5) на оценките от изходното ниво. След провеждането на експеримента броят на слабите оценки в ЕГ е 2 и значително по-нисък от този на КГ – 16. Аналогична е ситуацията при средните оценки, които са с 14 по-малко в ЕГ. Добрите, много добрите и отличните оценки в ЕГ надвишават значително тези при КГ.

Анализът на относителните честоти от заключителния експеримент показва, че относителният дял на слабите и средни оценки в КГ е 62,1%, а в ЕГ е значително по-нисък – 19,7%. Много добрите и отлични оценки при ЕГ са 33,3% и надвишават три пъти

тези от КГ, чийто относителен дял е 10,6%. От данните на фиг. 5 може да се направи извода, че в ЕГ слабите и средните резултати са значително по-малко, а добрите, много добрите и отличните – по-висок в КГ.



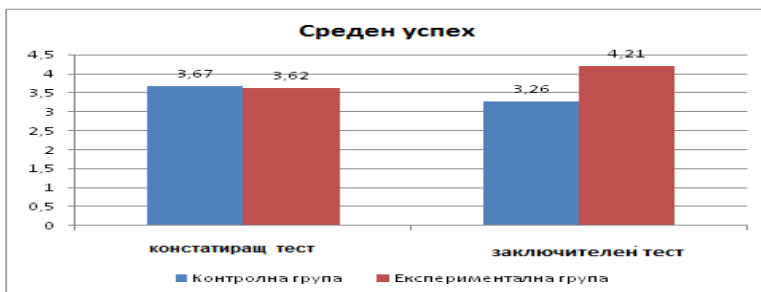
Фиг.4 Абсолютни честоти от заключителния експеримент



Фиг. 5 Относителни честоти от заключителния експеримент

Сравнителен анализ на резултатите от експеримента

От получените стойности в таблица 1. и фигура 6 се наблюдава, че има разлика между констатиращия и заключителния тест на експеримента и в двете групи. В ЕГ е налице увеличение на средната стойност от 3,62 на 4,21, а в КГ има намаление от 3,67 на 3,26. Разликата между резултатите от констатиращия тест между двете групи е 0,05 в полза на КГ. От заключителния тест разликата е вече 0,95 в полза на ЕГ.



Фиг. 6 Сравняване на средния успех от констатиращия и заключителния тест

Таблица 1. Вътрешно групово сравнение на средните стойности от две независими извадки

Group Statistics					
	Група	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
заключителен експеримент (оценка)	КГ	66	3,26	0,982	,121
	ЕГ	66	4,21	0,953	,117

констатиращ експеримент (оценка)	КГ	66	3,67	1,155	,142
	ЕГ	66	3,62	1,064	,131

Тези стойности са обработени по метода на Стюдънт, за да се изчисли значимостта на наличната промяна и за установяване на наличие или отсъствие на статистически значими различия в показателите на една и съща извадка при две тествания с една и съща методика (Таблица 2.).

Таблица 2. Значимост на различията между ЕГ и КГ

Independent Samples Test										
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	f	Sig.(2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
заклучителен тест (оценка)	Equal variances assumed	,454	501	5,668	30	,000	-,955	,168	-1,288	-,621
констатиращ тест (оценка)	Equal variances assumed	,585	446	235	30	,814	,045	,193	-,337	,428

При обработка на данните от експеримента освен дескриптивна (описателна) статистика, са приложени следните статистически методи за проверка на хипотези:

➤ Т-критерий за две независими извадки (Independent Samples T-test) – параметричен метод за установяване на наличие или отсъствие на статистически значими различия в показателите

(на интервално или пропорционално равнище на измерване) на две извадки (групи);

➤ Непараметричен метод на Ман-Уитни (Mann-Whitney U) – непараметричен метод за установяване на наличие или отсъствие на статистически значими различия между две групи по дадена променлива;

➤ Т-критерий за две свързани извадки (Paired Samples T-test) – параметричен метод за установяване на наличие или отсъствие на статистически значими различия в показателите (на интервално или пропорционално равнище на измерване) на една и съща извадка при две тествания с една и съща методика.

За анализ на резултатите сме приложили:

➤ Еднофакторен дисперсионен анализ (One Way ANOVA) – параметричен метод за установяване на наличие или отсъствие на статистически значими различия в показателите на интервално или пропорционално равнище на измерване) на повече от две извадки (групи);

➤ χ^2 анализ (Chi – квадрат критерий) (Pearson's chi-square test) – за оценка на различия между теоретични и наблюдавани честоти, съпоставени по две променливи;

➤ Тест на Левин за равенство на дисперсиите дадени в Levene's Test for Equality of Variances

Измерители на размера на ефекта при отделните статистически методи:

➤ Cohen's d при Т-критерия;

➤ Partial eta-squared при дисперсионния анализ;

➤ Phi при хи-квадрат анализ;

➤ r - при теста на Ман-Уитни;

➤ d - при t-критерий за свързани извадки;

➤ eta-squared при непараметричния метод на Kruskal

Wallis.

Заклучение

Въз основа на проведения педагогически експеримент се

достига до редица изводи за традиционното и експериментално обучение по математика в 7. клас. Най-важните изводи, касаещи обучението на седмокласниците:

- Общите резултати по всички показатели на учениците от ЕГ са по-високи от тези на КГ.
- Наблюдава се ярък спад на слабите и средните оценки в ЕГ.
- Приложените енигматични средства най-силно влияят върху усвояването и прилагането на ФСУ и видовете ъгли в равнината, както и при задачи решаващи се чрез заучен алгоритъм.
- Получените резултати от експеримента потвърждават работната хипотеза, че ако в обучението по математика в прогимназиален етап се прилагат енигматични средства, учениците ще подобрят знанията и уменията си, ще се повиши качеството на учене, ще се подобри математическата грамотност, а всичко това неминуемо ще доведе до развитие на интелекта.
- Предложените енигматични средства могат да се приложат успешно в обучението по математика в прогимназиален етап.

Съвременните технологии, спецификата на поколението и подготовката на учителите позволяват в обучението по математика да се внедряват енигматичните средства. Енигматичните средства са възможност за учителите, от една страна, да подобрят ефективността на учебния процес, от друга страна, спомагат за увеличаване и разнообразяване на средствата, приложими в традиционното обучение. За учениците приложението на различните видове енигматични средства в урока подпомага за по-лесно, по-непринудено и плавно усвояване на новите знания и умения. Чрез тях се стимулира активността, творчеството и мотивацията на учениците към учебната дисциплина.

ЛИТЕРАТУРА:

- [1] Бижков, Г., Критерии за оценка на педагогическите изследвания, УИ „Св. Климент Охридски”, София, 1984.
- [2] Бижков, Г., Методология и методи на педагогическите изследвания, УИ „Св. Климент Охридски”, София, 2002.
- [3] Гавраилова М., Гарванов И., Ръководство за работа със SPSS, Изд. За буквите, София, 2013.
- [4] Каракашева, Л., Ковачева, А., Енигматични средства за развитие на математическото мислене у учениците в прогимназиален етап на образование, МАТТХ 2018г., Сборник научни трудове, Том 1, Университетско издателство „Епископ Костантин Преславски”, Шумен, 2018, с. 257-263.
- [5] Съйкова Ив., Къналиева, А., Съйкова, С. Статистическо изследване на зависимости, УИ Стопанство, София, 2002
- [6] <http://ebox.nbu.bg/statmethods/Base%20Guide/Bulgarian/SPSS.pdf>

Антоанета Ковачева

II ОУ „Д-р Петър Берон“ Шумен

E-mail: toni_kovacheva@abv.bg