
АНАЛИЗ НА ОНЛАЙН АРХИВИ ЗА КОМБИНАТОРНИ ОБЕКТИ И ИЗПОЛЗВАНЕ ВЪЗМОЖНОСТИТЕ НА MATHML ЗА ПОДОБРЯВАНЕ НА ВИЗУАЛИЗАЦИЯТА ИМ

СИЛВИЯ А. ВЪРБАНОВА, ДИМО М. МИЛЕВ

ANALYSIS OF ONLINE ARCHIVES FOR COMBINATORIAL OBJECTS AND USE OF MATHML TO IMPROVE THEIR VISUALIZATION

SILVIA A. VARBANOVA, DIMO M. MILEV

***ABSTRACT:** This report analyzes the popular archives for combinatorial objects from the Web. Describes are their advantages and disadvantages. Suggested improvements to the mathematical texts using the MathML and have developed some of them.*

***KEYWORDS:** Mathematical Markup Language, mathematical formulas in Web, mathematical symbols, OEIS, COS, DBCobj*

1. ВЪВЕДЕНИЕ

В наши дни масовото използване на компютрите улеснява изключително много достъпа до научна информация, обхващаща различни сфери на човешкото познание. За нуждите на редица направления на математическата наука (алгебра, геометрия, дискретна математика, комбинаторика) се разработват и изграждат компютърни системи, които подпомагат научните разработки, обучението, улесняването на търсенето. Динамичното развитие на електронните технологии налага все по-голямото популяризиране на уеб базирани приложения и електронни архиви за съхранение на научна информация, които служат за представяне и обмен на информация, за обучение [1]. Програмистите и уеб разработчиците създават многобройни уеб сайтове, електронни архиви и уеб ориентирани бази от данни, съдържащи математически текстове, за които са необходими специални технологии като **MathML** [4]. За подобряване на качеството при изобразяването на математическите символи и формули се използват както **Presentation-MathML**, така и **Content-MathML**. По този начин се постига не само маркиране на математическите символи, но се задава и математическия им смисъл [3].

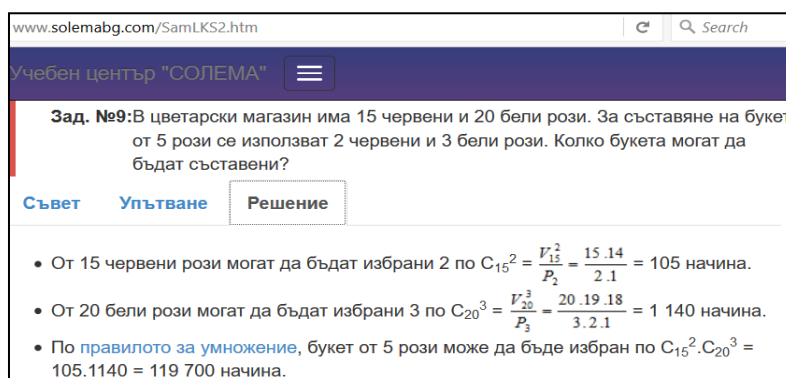
В настоящия доклад ще бъдат анализирани някои онлайн архиви за комбинаторни обекти и ще бъдат предложени подобрения при визуализирането им чрез използване на възможностите на **MathML**.

2. АНАЛИЗ НА ОНЛАЙН АРХИВИ ЗА КОМБИНАТОРНИ ОБЕКТИ И ПОДОБРЯВАНЕ НА ВИЗУАЛИЗИРАНЕТО ИМ ЧРЕЗ MATHML

2.1. Сайт на Учебен център „Солема“

Целта на този сайт е да се улесни подготовката по математика на ученици и студенти. Раздел „Самоподготовка по математика за кандидат студенти и матура“ включва информация и по изброителна комбинаторика [5]. Раглеждат се основните понятия на изброителната комбинаторика. Информацията за тях включва определения, математически формули, примерни задачи и техните решения. Електронната система включва тестове с дадени отговори и решения.

В сайта на учебен център „Солема“ е налице съществен проблем при визуализирането на математически формули, някои от които са представени във вид на изображения. Могат да се открият дори непълни формули и такива с липсващ знак за умножение. Срещат се размествания при позициониране на индексите. Визуализацията на системата не е с това качество, на което трябва да отговарят добрите електронни помагала (фиг. 1). Това се дължи на факта, че в този сайт не се използва MathML или друг специализиран език за представяне на математически текстове в Интернет. Фигура 2 включва реализация на математически формули по два начина: с MathML и без MathML. Веднага могат да се открият съществените разлики при тяхното визуализиране с помощта на браузър. Това ясно показва, че математическите формули, които се разработват с MathML, допринасят за подобряване на качеството на разработената система.



Фигура 1. Уеб страница на Учебен център „Солема“

без MathML	www.solemabg.com/SamLKS1.htm#v
	<p>Броят на комбинациите на n елемента от k-ти клас се означава C_n^k и се намира по формулата:</p> $(6). C_n^k = \frac{P_n^k}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k \cdot (k-1) \cdot (k-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
с MathML	www.solemabg.com/SamLKS1.htm#v
	<p>Броят на вариациите на n елемента от k-ти клас се означава V_n^k и се намира по формулата:</p> $(5). V_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Фигура 2. Математически формули в страница на Учебен център „Солема“ с MathML и без MathML

При визуализиране на страницата „Комбинаторика“ в Уикипедия [6] могат да се открият проблеми, подобни на тези в сайта на учебен център „Солема“: разместване при позиционирането на степени и индекси; еднакъв размер на степени, индекси и основни елементи; дробни черти зададени със знаци „-“ или „/“. Ако се използва MathML качеството на визуализиране значително се подобрява и се доближава до това на печатните издания като позволява добро вграждане на математически текстове в

обикновен текст (фиг. 3).

без MathML	cMathML
<p>ga.org/wiki/index.php?title=Комбинаторика</p> <p>14. Колко пермутации могат да се съставят от: а) 4 елемента б) 5 елемента в) 7 елемента</p> <p>Решение: а) $P_4 = n! = 4! = 1.2.3.4 = 6.4 = 24$ б) $P_5 = n! = 5! = 1.2.3.4.5 = 120$ в) $P_7 = n! = 7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040$</p>	<p>file:///C:/Users/Silvia/Desktop/14.html</p> <p>14. Колко пермутации могат да се съставят от: а) 4 елемента б) 5 елемента в) 7 елемента</p> <p>Решение: а) $P_4 = n! = 4! = 1.2.3.4 = 6.4 = 24$ б) $P_5 = n! = 5! = 1.2.3.4.5 = 120$ в) $P_7 = n! = 7! = 1.2.3.4.5.6.7 = 5040$</p>

Фигура 3. Математическа формула в страница „Комбинаторика” с MathML и без MathML

При разработването на сайтовете, разглеждани в т. 2.1. се използват технологиите HTML, CSS, JavaScript.

2.2. Database on Binary Quasi-Cyclic Codes

Целта на онлайн базата данни „Quasi-Cyclic Codes” [7], с автор Eric Chen, е да предоставя полезна информация за двоични квази-циклични кодове (ДКЦ). След попълване на формуляр за заявка, всеки потребител има възможност да потърси даден код по неговата дължина, размерност, размер на матрицата и автор на кода [1]. При реализацията на тази електронна система се използват технологиите HTML, XML, PHP, MySQL.

<p>The QC codes can be described by circulants. A circulant matrix is defined to be a square matrix C of the form</p> $C = \begin{pmatrix} c & c_1 & c_2 & \dots & c_{m-1} \\ c_{m-1} & c_0 & c_1 & \dots & c_{m-2} \\ c_{m-2} & c_{m-1} & c_0 & \dots & c_{m-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_0 \end{pmatrix}$	$h(x) = (x^m + 1) / (x^m + 1, c_0(x), c_1(x), \dots, c_{p-1}(x)).$
--	--

Фигура 4. Математически формули в „Quasi-Cyclic Codes”

$C = \begin{pmatrix} c & c_1 & c_2 & \dots & c_{m-1} \\ c_{m-1} & c_0 & c_1 & \dots & c_{m-2} \\ c_{m-2} & c_{m-1} & c_0 & \dots & c_{m-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_0 \end{pmatrix}$	$h(x) = \frac{(x^m + 1)}{x^m + 1, c_0(x), c_1(x), \dots, c_{p-1}(x)}$
MathML кодове:	
<pre><math><ncrow><mi> C </mi></ncrow>=</ncrow></ncrow> <ncrow><mo></mo> <ntable class="m_pmatrix"> <tr><td><mi>c</mi></td> <td><mi>c</mi></td> <td><mi>c</mi></td> <td><mi>1</mi></td> </tr> <tr><td><mi>c</mi></td> <td><mi>c</mi></td> <td><mi>c</mi></td> <td><mi>2</mi></td> </tr> <tr><td><mi>c</mi></td> <td><mi>c</mi></td> <td><mi>c</mi></td> <td><mi>m-1</mi></td> </tr> <tr><td><mi>c</mi></td> <td><mi>c</mi></td> <td><mi>c</mi></td> <td><mi>m-1</mi></td> </tr> </tr> </table> </ncrow> </math></pre>	<pre><math><ncrow><mi> h</mi> </ncrow>(</ncrow></ncrow> x </ncrow></ncrow>)</ncrow>=</ncrow></ncrow> <ncrow></ncrow> <msup><mi> x</mi></msup> m</msup> <ncrow></ncrow> 1</ncrow></ncrow> </ncrow></ncrow><msup><mi> x</mi></msup> m </ncrow></ncrow><msup><mi> x</mi></msup> m </ncrow></ncrow> +</ncrow></ncrow> 1</ncrow> <ncrow></ncrow><msub><mi> c</mi></msub> 0 </ncrow></msub></ncrow>(</ncrow> </ncrow> x</ncrow> <ncrow></ncrow></ncrow></ncrow><msub><mi> c</mi></msub> 1</ncrow></msub></ncrow>(</ncrow> </ncrow> x</ncrow></ncrow></ncrow></ncrow>...</ncrow> </ncrow></ncrow></ncrow></ncrow></pre>

Фигура 5. Математически формули в „Quasi-Cyclic Codes” с MathML

В онлайн базата данни „Quasi-Cyclic Codes” не се използва езика за математически текстове MathML или друга подобна специализирана технология. Фигура 4 включва формули, чиято визуализация не отговаря на възможностите, които притежават специализираните програми за представяне на математически текстове. От нея е видно, че елементите на матрицата не са подредени в редове и колони, а индексите и елементите на матрицата са с еднаква големина. В дробния израз числителят и знаменателят не са един под друг, а дробната черта е трудно различима.

Ако се използва технологията MathML, формулите от Фигура 4 ще изглеждат както е показано на Фигура 5.

2.3. The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS)

OEIS [8] е архив, чиито основи се полагат през 1964 г. от N. J. Sloane. Архивът съдържа данни от областта на физиката, компютърните науки, всички клонове на математиката и особено дискретна математика, комбинаторика, теория на числата, алгебра. За създаването на OEIS се използват технологиите HTML, CSS, XML, JavaScript, PHP, MySQL.

Базата данни на OEIS съдържа голяма колекция от редици със специално въведени номера, тяхното наименование или описание в научната литература, връзки към сайтове, генериране на функции, препратки към други целочислени редици и името на потребителите, които ги предоставят, списък с ключови думи.

В OEIS има проблем при визуализирането на формулите. Не се използва специализиран език за разработване на математически формули. Например за дробна черта се използват знаците „---” или „/”, за степен - „^” (фиг. 6). Затова качеството на формулите не е добро.

- o An example of an ordinary generating function: G.f.: $A(x) = 1/(1-x)^4$.
- o Usually one can think of an ordinary generating function as a Taylor series, and extract the nth coefficient by different Maple make this easy - one simply says (for example) `series(A,x,100)`.
- The exponential generating function (E.g.f.) for a sequence $a(0), a(1), a(2), \dots$ is the formal power series

$$A(x) = \frac{a(0)}{1} + \frac{a(1) \cdot x}{1} + \frac{a(2) \cdot x^2}{2} + \frac{a(3) \cdot x^3}{6} + \frac{a(4) \cdot x^4}{24} + \dots$$

Фигура 6. Страница с текст и формула в OEIS

Фигура 7 показва реализацията на математическата формула от Фигура 6 с помощта на MathML и много по-добрият резултат, който се получава при визуализацията ѝ в браузър.

$A(x) = \frac{a(0)}{1} + \frac{a(1) \cdot x}{1} + \frac{a(2) \cdot x^2}{2} + \frac{a(3) \cdot x^3}{6} + \frac{a(4) \cdot x^4}{24} + \dots$		
<pre><math> <row> <mi>A</mi><mo>(</mo> <mi>x</mi><mo>)</mo> <row> <mo>=</mo> <mfrac><row> <mi>a</mi></mo></mo> <mi>0</mi></mo></mo> </row><row> <mi>1</mi> </row> </mfrac> <mo>+</mo><mi>x</mi></pre>	<pre><mfrac><row> <mi>a</mi> <mo>(</mo> <mi>1</mi> <mo>)</mo> </row> <row> <mi>1</mi> </row> </mfrac> <mo>+</mo></pre>	<pre><row> <mi>a</mi></mo>(</mo> <mi>2</mi></mo></mo>)</mo> <mo>*</mo> <mi>x</mi></mo><mi>2</mi> </row> </sup> </row> </row> <row> <mi>1</mi> </row> </mfrac> <mo>+</mo> <mfrac> </math></pre>

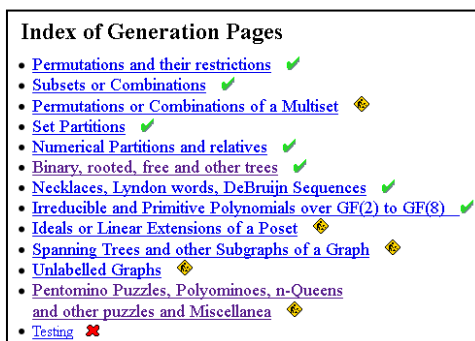
Фигура 7. Формула в OEIS с MathML

2.4. The Combinatorial Object Server (COS)

COS [9] е сървър, който може да се използва от учени и преподаватели, съдържащ информация за пермутации, вариации, комбинации, подгрупи, графи, примитивни полиноми и други (фиг. 8). В COS могат да се генерират пермутации, комбинации, различни видове дървета, полиноми, числови множества, както и много други комбинаторни обекти (фиг. 9).



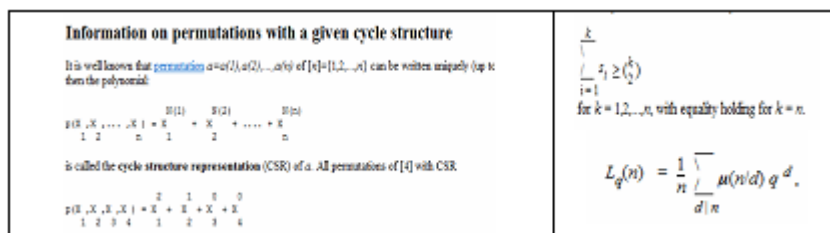
Фигура 8. Списък с информация за комбинаторните обекти в COS



Фигура 9. Списък на комбинаторните обекти, които могат да се генерират в COS

За описанието на част от обектите в COS се използват езиците за програмиране Pascal и C. Включено е и графично представяне на някои от комбинаторните обекти. При разработване на системата се използват още HTML и JavaScript.

В COS има проблем, свързан с изобразяването на математическите формули и изрази (фиг. 10). Както в разгледаните досега сайтове, така и тук за подобряването на визуализирането в браузър на формули, съдържащи степени, индекси и суми, се препоръчва използването на специализирани езици като MathML.



Фигура 10. Страница с формули в COS

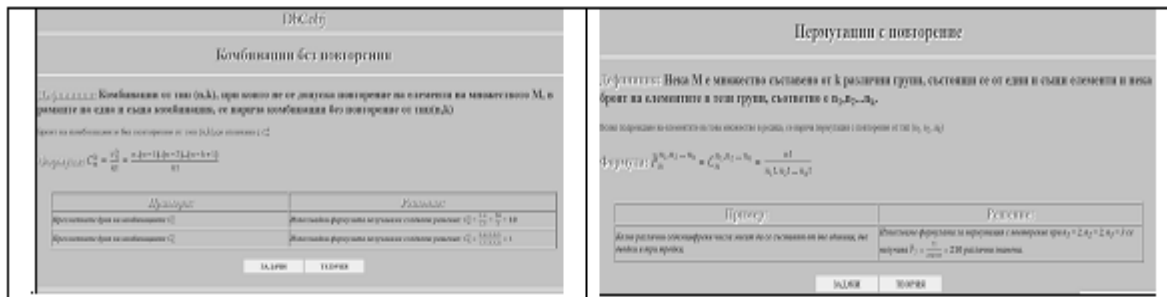
Ако формулата от Фигура 10 се реализира с помощта на MathML, веднага могат да се наблюдават значителните подобрения при визуализацията ѝ в браузър (фиг. 11).

Формули разработени с MathML
$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1^{N(1)} + x_2^{N(2)} + \dots + x_n^{N(n)}$
$P(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1^2 + x_2^1 + x_3^0 + x_4^0$

Фигура 11. Формули в COS с MathML

2.5. Database for CombinatorialObjects (DBCobj)

Целта на DBCobj [1], с автор Силвия Върбанова, е да предоставя лесен достъп до формули, задачи и алгоритми по изброителна комбинаторика. DBCobj може да се използва за: обмен на информация; извличане на информация; подпомагане процеса на обучение на ученици, студенти и преподаватели в курсовете по комбинаторика. Системата отговаря на съвременните изисквания, които се поставят към подобна разработка. В основата на информационната система са залегнали връзките между математика, комбинаторика и информатика и използването на средствата на съвременните уеб технологии. За разработването на DBCobj се използват HTML, CSS, PHP, JavaScript, SQL. Реализацията на математическите формули и семантичните им описания, осигуряващи възможност на потребителите да използват информацията за собствени цели, се осъществява с MathML [2]. Това позволява съобразяването на разработената система и с правилата на семантичния уеб. DBCobj позволява добро вграждане на математически текстове в обикновен текст и визуализацията в браузър е с отлично качество, доближаващо се до това на печатните издания (фиг. 12).



Фигура 12. Екрани от DBCobj

2.6. Други архиви за комбинаторни обекти

В Интернет могат да се открият и много други архиви, свързани с комбинаторни обекти:

- **Дискретна математика и алгоритми** – уеб сайт за класическа комбинаторика, включващ алгоритми за генериране на комбинаторни обекти [10];
- **Hyperbook of Combinatorics** – уеб сайт, даващ информация за научните постижения по комбинаторика на учени от целия свят, публикувани в статии, списания и книги [11];
- **DMOZ – Science: Math: Combinatorics** – информационна система за комбинаторни обекти, дизайни и графи [12];
- **The Stony Brook Algorithm Repository: Combinatorial Problems** – уеб сайт с цялостна колекция от реализации на алгоритми за комбинаторни проблеми [13];
- **Ars Combinatoria, A Canadian Journal of Combinatorics** – електронно списание, чиято база данни включва информация за публикации по комбинаторика за периода от 1995 до 2014 г. [14].

Използването на MathML при разработването на математическите формули в изброените по-горе архиви ще подобри тяхната визуализация и ще улесни работата на потребителите им.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За изграждането на математически формули и изрази част от веб разработчиците използват възможностите на текстообработващите програми или езика LaTeX. При публикуване в Интернет се налага преработването им в pdf-формат или включване на техни изображения в jpg-формат [3]. Видимите резултати от това са: трудно разчитане, недобро качество, затруднено използване на математическите формули от други потребители, невъзможност за описание на семантиката на отделните символи. Тези недостатъци могат да се преодолеят, ако се използва специализираната технология за създаване на Уеб страници с математически текст MathML, разработена от консорциума W3C.

В настоящия доклад се прави анализ на някои онлайн архиви за комбинаторни обекти. По конкретно се описват техните функционалности, приложения и средствата, с помощта на които е осъществено тяхното проектиране. В анализираните архиви не се използват MathML или друг специализиран език за представяне на математически текстове, което води до съществени недостатъци при визуализирането им. В доклада авторите предлагат алтернативно представяне на математическите формули и изрази от анализираните онлайн архиви с помощта на MathML, в резултат на което се постига съществено подобряване на тяхното качество при представянето им в браузър.

Усъвършенстването на веб приложенията и сайтовете, съдържащи математически текстове, позволява тяхната достъпност и използваемост не само от компютърни системи, но и от мобилни устройства. Прилагането на MathML в математическите публикации ги доближава към изискванията, които поставя пред тях Семантичния Уеб.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Върбанова, С.**, Бази от данни свързани с комбинаторни обекти, МАТТЕХ 2012, Сборник научни трудове, том 1, Шумен, 2012.
2. **Върбанова, С., Ю. Дошкова-Тодорова**, MathML в информационната система за комбинаторни обекти DBSobj, Сборник научни трудове на Русенския Университет, Русе, 2014.
3. **Дошкова-Тодорова, Ю.**, Новите технологии за математически веб сайтове, Сборник доклади „Иновации в програмните технологии, алгоритми и обучението във висшите училища, свързано с тях”, Велико Търново, 2010.
4. **Mathematical Markup Language (MathML) – W3C Recommendation** <http://www.w3.org/TR/MathML3/>
5. **URL:** <http://www.solemabg.com/SamLKS1.htm#c>
6. **URL:** <http://basaga.org/wiki/index.php?title=%D0%9A%D0%BE%D0%BC%D0%B1%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%BA%D0%B0>
7. **URL:** <http://moodle.tec.hkr.se/~chen/research/codes/qc.htm>
8. **URL:** <http://oeis.org>
9. **URL:** <http://theory.cs.uvic.ca/root.html>
10. **URL:** <http://rain.ifmo.ru/cat/view.php/theory/combinations/combinations1-2004>
11. **URL:** <http://www.combinatorics.net/Resources/hyper/Hyperbook.aspx>
12. **URL:** <http://www.dmoz.org/Science/Math/Combinatorics>
13. **URL:** http://www3.cs.stonybrook.edu/~algorithm/major_section/1.3.shtml
14. **URL:** <http://www.combinatorialmath.ca/arscombinatoria>