ДИДАКТИЧЕСКА ТЕХНОЛОГИЯ ЗА ФОРМИРАНЕ НА ЗНАНИЯ И УМЕНИЕ ЗА ПРИЛАГАНЕ НА МЕТОДИ ЗА РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧИ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА*

ТОДОР Л. ТРАЙЧЕВ

DIDACTIC TECHNOLOGY FOR FORMATION OF KNOWLEDGE AND SKILLS FOR APPLYING METHODS TO PROBLEM SOLVING IN TEACHING MATHEMATICS

TODOR L. TRAYCHEV

ABSTRACT*: Static regarded skills in teaching math and technology is available for the formation of knowledge and skills to apply certain methods of solving problems.*

KEYWORDS*: Skill, method, tasks*

Решаването на задачи в обучението по математика (ОМ) играе важна роля. Тя се определя от една страна, че крайните цели на обучението по математика се свеждат до овладяване от учащите на методи за решаване на определена система задачи, а от друга, че пълноценното постигане на целите е възможно само с помощта на решаването на система от задачи. Следователно решаването на задачи в ОМ е цел и средство на обучението.

Мястото и функциите на задачи в обучението по математика се определят в зависимост от целите на обучение в начална, основна и горна степен. Поставят се следните цели и задачи за изпълнение:

- Формиране на основите за логическо мислене, извършване на правилни умозаключения, прилагане на правилата за извод върху конкретен материал от учебното съдържание;
- Умения за извършване на „пренос“ на знанията при решаването на аналогични и нови задачи;
- Повишаване на ефективността и икономичността на мисловните операции при решаване на дадена задача;

Постигането на тези цели в ОМ, и не само тях, са свързани с умението на учениците да използват придобитите знания, да мислят, да се ориентират правилно при решаване на контретни задачи в училище и житейски ситуации.

Изпълнението на тези цели и задачи на ОМ са свързани с умението за решаване на задачи и знанията за методите за решаване на задачи и умението за тяхното прилагане.

За успешното реализиране на обучението за овладяване на знанията за методи за решаване на задачи и умение за тяхното прилагане в обучението по математика е необходимо да се подготви и подходяща технология на обучение. Приемаме, че под технология ще разбираме обучение в „единство на принципите, методи и средства за обучение с водещ елемент методи“ – П. Радев [5].

* Разработката е частично финансирана от фонд Научни изследвания при ШУ “Епископ Константин Преславски” по проект РД-08-98/05.02.2016 г.

Дидактическите признаци са изходни и основни положения за организация и ефективност на обучението. Определената система от признаци, дадена от М. Андреев [1], считаме, че е подходяща за ОМ със съответната им конкретизация и реализация в обучението по математика.

Методите на обучението са важна част от всяка технология. В ОМ се прилагат следните групи методи:

- информационни методи;
- научно-изследователски метод с учебна цел;
- евристично-моделиращи методи;
- продуктивно-практически методи.

При избор на метод на обучение за реализиране на технологията, ще се ръководим от конкретните обстоятелства и ще се насочим към всяка от изброените групи.

За успешното реализиране на конкретната технология за обучение в усвояване на знанията за методи за решаване на задачи и умение за тяхното прилагане е необходима и подходяща система от упражнения, отговарящи на изискванията към упражненията в ОМ [7].

При обучение във формиране на знания за методи за решаване на задачи и умение за тяхното приложение, изхождаме от това, че го разглеждаме като съставно и определящо умението за решаване на задачи.

За целта на формиране на технологията, ще използваме дадените четири етапа на успешно решаване на задачи от Д. Поя [4]:

I. Етап: Разбиране на условието.

II. Етап: Изграждане на план за решението.

III. Етап: Изпълнение на решението.

IV. Етап: Поглед назад.

Като Д. Поя препоръчва и конкретна система от подходящи въпроси, предписани към всеки конкретен етап.

За конкретна технология предлагаме следните дейности във всеки от определените етапа, а именно :

I. Етап: Разбиране на задачата.

- Чрез използване на дидактически признаци: анализ, синтез, конкретизация, съзнателност и активност, съчетана с подходящи методи на обучението – обяснение, беседа с информационни въпроси.
- Определят се връзките между дадените математически обекти и операции.
- Определя се типа задача и отправните звена.
- Дават се основания за избор на конкретен метод за решаване.

II. Етап: Изграждане на план за решението.

- Целенасочено използване на аналитичните методи (съвършен анализ по схемата на Пап, несъвършен анализ по схемата на Евклид) в единство с дидактичните признаци за активност, достъпност и съзнателност, съчетани с евристична беседа с въпроси, съответстващи на съответен метод.
- Определяне на подходящия метод за решаване и посочване на основанията за неговият избор.

III. Етап: Реализиране на решението.

- Реализиране на конкретния метод за решаване, спазвайки правилата за логически извод и изискванията към решението.

IV. Етап: Поглед назад.

Да се определи:

- Причината (основанията) за избор на съответният метод на решаване.
- Да се конкретизират съответните средства за реализиране на метода на решаване.
- Разглеждане на възможности за избор на друг метод на решаване.

Пример 1. В магазин доставили 147 кг. домати, три пъти по-малко краставици и с 10 кг. повече от краставиците лук. Колко зеленчуци са доставили общо в зеленчуковия магазин (задача от ОМ в 3-ти клас).

I. Етап:

1) Какво разбираме от условието на задачата?
2) Каква е връзката между количествата домати и краставици и между количествата краставици и лук?
3) Кои аритметични операции ще заменят дадените зависимости?
4) Какво трябва да намерим?

Записваме символично даденото:

Домати 147 кг.
Краставици 3 пъти по-малко от
Лук с 10 кг. повече от

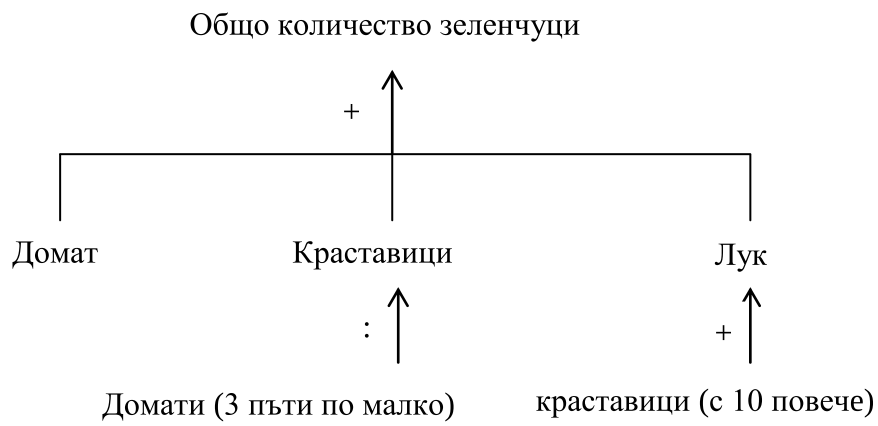
Колко зеленчуци са доставени в зеленчуковият магазин?

II. Етап: Изграждане план за решение.

I. начин (Възходящ анализ)

1) Какво трябва да знаем за да намерим общото количество зеленчуци?
2) Какво трябва да знаем за да намерим колко килограма е лука?
3) Какво трябва да знаем за да намерим колко килограма са краставиците?

Подходящо е в хода на провежданата беседа да се онагледява, чрез следната схема:



II. Начин (Синтетичен метод):

1) Като знаем количеството домати, какво може да намерим? (чрез кои аритметични операции)
2) Като знаем количеството краставици, какво може да намерим?
3) Като знаем количеството краставици, домати и лук, какво може да намерим?

При обучението в знания за методи за решаване на задачи в началния етап на обучението, не е необходимо да се съобщава името на конкретния метод, а учениците да усвоят и правилно да осмислят въпросите:

Какво трябва да знаем?

Какво трябва да намерим, за да знаем? (възходящ анализ)

Или ако се работи по синтетичния метод, съответните въпроси са:

Като знаем…, какво можем да намерим?

Необходимо е учениците да разберат, че водене на решение по посочените две схеми чрез конкретни въпроси ни осигурява правилно (вярно) решение.

III. Етап: Реализиране на открития план за решение.

4) 147 : 3 = 49 (килограма краставици)
5) 49 + 10 = 59 (килограма лук)
6) 147 + 49 + 59 = 255 (килограма общо)

IV. Етап: Поглед назад.

1) Какви други въпроси можем да поставим към задачата?
2) Можем ли да изпишем решението по друг начин?

Пример 2: Решете уравнението $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 2$ (задачи от ОМ в 9-ти клас)

I. Етап: Разбиране на условието.

Даденото уравнение е ирационално с два радикала (определяне на типа задача, което ни насочва към конкретните методи за решаване).

I. Кой метод за решаване ще използваме? (изброяваме метод на еквивалентност (МЕ), метод на включването (МВ))

II. Етап: Кое средство ще използваме за реализиране на МЕ?

1) Чрез полагане;
2) Чрез Теоремата: $\left| \begin{array}{l} f_1(x)= f_2(x) \\ f_1(x).\ f_2(x) \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} f_1^{\,2}(x)= f_2^{\,2}(x) \\ f_1(x).\ f_2(x)\geq 0 \end{array} \right.$

Кое средство ще използваме за решаване чрез МВ?

- повдигане в квадрат
- проверка

III. Етап: Реализиране на решението по МЕ чрез използване на теоремата.

$$\left| \begin{array}{l} \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} = 2 \\ x\epsilon\, [1; 3] \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x-1+2\sqrt{x-1}.\ \sqrt{3-x}+3-x=4 \\ x\epsilon\, [1; 3] \end{array} \right.$$

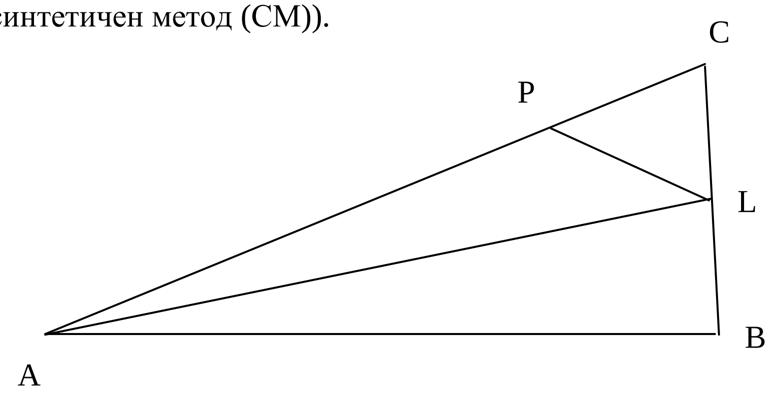
$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2\sqrt{(x-1)(3-x)}=2 \\ x\epsilon\, [1;3] \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} (x-1)(3-x)=1 \\ x\epsilon\, [1;3] \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} -x^2+4x-4=0 \\ x\epsilon\, [1; 3] \end{array} \right. \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} (x-2)^2=0 \\ x\epsilon\, [1; 3] \end{array} \right. \Leftrightarrow \quad x=2$$

IV. Етап: Поглед назад. При разглеждане на решения да се отделят конкретни средства за реализиране на ME. Посочване на неговата ефективност при решаване на ирационални уравнения с два радикала.

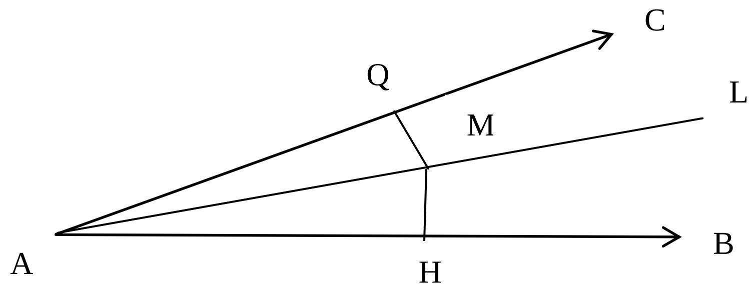
Пример 3: Даден е остроъгълен триъгълник ABC (AC>BC).
Ъглополовящата AL на ∠BAC пресича страната BC в точка L, точка P лежи на AC: ∠PLC= ∠BAC. Да се докаже, че ∠LPC = ∠ABC и PL = LB (задача от OM в 7-ми клас).

I. Етап: Разбиране на условието:
Какви геометрични обекти са дадени и какви свойства притежават?
Записваме даденото и провеждаме следната беседа, насочена към конкретния метод за решаване (синтетичен метод (CM)).



1) AL е ъглополовяща на ∠BAC, следователно:
   - ∠BAL = ∠LAC;
   - Всяка точка от ъглополовящата се намира на равни разстояния от раменете на ъгъла, т.е. ако M∈AL, MH⊥AB, MQ⊥AC, то MH=MQ (Черт. 1)

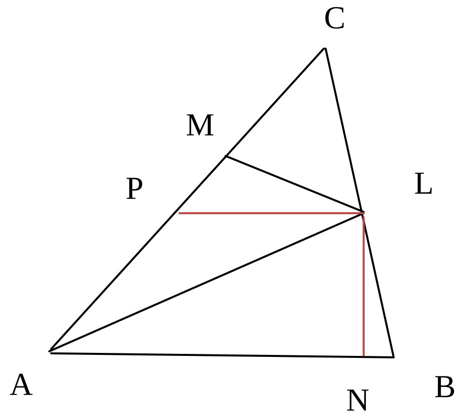
Последният извод обикновено не се вижда от учениците. Ето защо, е полезно при изучаване на свойствата на ъглополовяща, те да се систематизират в отделна дидактическа система (ДСС- дидактическа система от свойства) [6].
ДСС(ъглополовяща): Ако AL е ъглополовяща на ∠BAC, то



Черт. 1

1) ∠QAM = ∠MAH
2) M∈AL, MH⊥AB, MQ⊥AC => MH=MQ

(ДСС може да се допълни в 8 клас – AL е множество от центрове на окръжности, вписани в даден ъгъл)
Записваме даденото (определяме отправните звена за реализиране на СМ).
Дадено: Триъгълник ABC- остроъгълен, AC>BC
AL – ъглополовяща на ∠BAC, L∈BC (p_1), P∈AC: ∠PLC = ∠BAC (p_2)
Да се докаже, че: ∠LPC = ∠ABC (q), PL = LB (t)
(означава с друг цвят елементите които трябва да докажем)



Черт. 2

II. Изграждане на план за решаване:
(Провеждаме съвършен анализ)

1) Какво трябва да докажем, така че двата ъгъла да са равни ?
(Насочваме учениците към ДСП - дидактическа система признаци: равенство на два ъгъла) – анализират се различни начини за доказателство на равенство на два ъгъла и избираме един от тях, съобразно условието на задачата. Изразяваме техните мерки чрез дадени ъгли.
$\Delta ABC \Rightarrow \angle ABC = 180-(\angle A + \angle C)$
$\Delta PLC \Rightarrow \angle LPC = 180-(\angle L + \angle C)$ (Черт. 2)
$\angle L = \angle A$ (по условие)

2) Какво трябва да докажем, така че две отсечки да са равни ?
PL = LB (насочва учениците към ДСП: Равенство на отсечки).
Анализираме различните способи и избираме да включим отсечките като страни в еднакви триъгълници.

1) PL страна в ΔALP (ΔPLC)
2) LP страна в ΔABL

<= ∠PAL = ∠LAB, AL обща

За посочените триъгълници разглеждаме съответните еднакви елементи и избираме признак на еднаквост. От условието намираме две равенства, което насочва учениците към първи или втори признак на еднаквост. Но, ние трябва да докажем равенство на отсечки (съответни страни в разглежданите триъгълници), следователно се насочваме към втори признак и необходимост от доказване на два съответно равни ъгли. Насочваме учениците към условието (отправните звена), кои от тях сме използвали и кои не.

Установяваме, че не сме използвали свойтвото, че всяка точка от ъглополовящата се намира на равни разстояния от раменете на ъгъла. Как да го използваме? Какво допълнително построение да извършим?

III. Етап: AL-ъглополовяща (p_1) => ако $LN \perp AB$ и $LM \perp AC$ (p_2) => $LN = LM$, $\angle M = \angle N = 90^0$, $\angle B = \angle P$ (по условие)(p_3) => $BNP \approxeq PML$(p_4) => $PL = LB$ (q)

IV. Етап: Трудност при провеждане на решението е преход (p_1) => (p_2). Необходимостта от допълнително построение показва необходимостта от формиране на ДСС и ДСП за изучаваните понятия в съответния клас и тяхното систематизиране.

Определяме схематично решение по синтетичния метод ($p_1 \Rightarrow p_2 \Rightarrow p_3 \Rightarrow p_4 \Rightarrow q$).

Провеждане на обучение в решаване на задачи по посочената технология развива и формира знания за методи за решаване. Формира се умение за провеждане на решение, съобразно методите за решаване на задачи. Доразвива се и се усъвършенства умението за решаване на задачи, което води до по-висока ефективност и трайност в ОМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев, М. Дидактика, ПН 1987, София.
2. Ганчев, Ив. Основни учебни дейности в урок по математика, София, 1999.
3. Кирова, Т. Методи на работа с тестови задачи по математика в началните класове, София, 2014, издателство Авангард Примо.
4. Пойа, Д. Как да се решава задача. НП, С., 1976.
5. Радев, П. Основни теми по когнитивна психология УИ „П. Хилендарски“, Пловдив, 2012.
6. Трайчев, Т. Умение за прилагане на някои методи за решаване на задачи. Етапи на формиране. Юбилейна научна конференция – гр. Варна, Образование и квалификация напедагогическите кадри – развитие и проекции през XXI век, Университетско издателство "Еп. К. Преславски" 2005 , Шумен, , 139-145 стр.
7. Трайчев,Т. Виды деятельности, характеризующие этапы формирования умения приложения некоторых методов решения задач. Математична освіта в Україні:минуле,сьогодення, майбутнэ, Міжнародна науково-практична конференція, Київ, 2007, стр. 276-277.