ПРИЛОЖЕНИЕ НА КООРДИНАТНИЯ МЕТОД В ОБУЧЕНИЕТО ПО СТЕРЕОМЕТРИЯ*

НИКОЛИНКА СТ. ИЛИЕВА, ЙОРДАН Н. ИВАНОВ

APPLICATION OF COORDINATE METHOD IN STEREOMETRY TEACHING

NIKOLINKA ST. ILIEVA, PH.D IORDAN N. IVANOV

ABSTRACT: *The report presents algorithms for solving more complex tasks by the coordinate method and analyzed its advantages and disadvantages. In the process of studying stereometry reasoning of the students in searching and discovering the most rational approach to problem solving, are elements in the development of heuristic and creative thinking.*

KEYWORDS: *coordinate method, algorithm solving , stereometry*

Голяма роля в развитието на геометрията изиграва използването на алгебрата при изучаване свойствата на геометричните фигури. Така възниква самостоятелна наука, наречена аналитична геометрия. Възникването на аналитичната геометрия е свързано с откриването на координатния метод. Координатният метод се явява много ефективен и универсален способ за намиране на ъгли и разстояния между обекти в пространството. Изключително важно е създаването на универсален алгоритъм за решаване на цял клас еднотипни задачи.

Същност на координатния метод: задава фигури с уравнения и изразява чрез координати / числа / различни отношения и решава стереометрични задачи чрез средствата на алгебрата.

В учебните програми III част за задължителна и профилирана подготовка 9, 10, 11 и 12 клас, културно-образователна област: математика, информатика и информационни технологии в колона 5 “Контекст и дейности” е записано: На учениците трябва да се даде възможност да:

- Правят избор на координатна система в различни геометрични ситуации и да реализират координатния подход.
- Интерпретират геометрично ситуации, зададени аналитично [7,стр. 60].

Ако учениците имат сериозни проблеми с разбирането на определения и теореми, с построяването на стереометричните чертежи, е много удачно въвеждането на координатния метод. Чрез него и с помощта на методически указания учениците могат да се научат да решават задачи за изчисления на ъгли и разстояния между геометрични обекти в стереометрията.

Предимствата на координатния метод:

- може да се избяга от представянето на сложни пространствени фигури
- придава на геометричните изследвания алгебричен /алгоритмичен/ характер
- внася в стереометрията най–важната особеност на алгебрата – еднообразни начини за решаване на задачи - чрез алгоритми

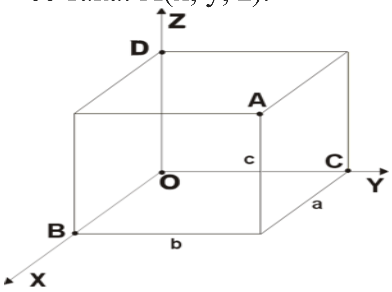
*Тази статия е финансирана по проект от фонд Научни изследвания на ШУ “Епископ Константин Преславски” РД-08-235/13.03.2014 г.

- решаването на задачата става чрез избор на различни начини на задаване координатна система, удобна за конкретния случай
- чрез координати с помощта на числа може да се определи положението на всяка точка в пространството.

Алгоритъм за решаване на задачи чрез координатния метод:

- Избор на подходяща координатна система – лесно нанасяне на координати на точки и прегледен чертеж
- Намиране координатите на търсените точки
- Решаване на задачата чрез основни задачи на метода
- Преминаваме от аналитични към геометрични и алгебрични изчисления

За решаването на стереометричните задачи използваме обикновено тримерна (пространствена) правоъгълна координатна система. Тя е въведена от де Лаир, където (освен осите Ox и Oy) имаме и ос Oz, перпендикулярна на равнината Oxy и минаваща през началото на координатната система O. Координатата по тази ос се нарича апликата , а оста - апликатна ос. Положителните посоки на осите се избират така, че при завъртане на оста Ox обратно на часовниковата стрелка на 90° нейната положителна посока да съвпадне с положителната посока на оста Oy, ако завъртането се гледа от страната на положителната посока на Oz. Тази координатна система се нарича дясна. Ако големият палец на дясната ръка се приеме за посоката на Ox, показалецът — за посоката на Oy, а средният пръст — за посоката на Oz, то системата Oxyz е дясна. Аналогичните пръсти на лявата ръка образуват лява координатна система. Равнините Oxy, Oxz и Oyz разделят пространството на осем октанта. Положението на произволна точка A в пространството се определя с трите координати x, y и z. Координатата x е равна на дължината на отсечката OB, координатата y — на дължината на отсечката OC, координата z — на дължината на отсечката OD в избраната мярна единица. Отсечките OB, OC и OD се определят от равнините, прекарани през точката A успоредно съответно на равнините yOz, xOz и xOy. Координатата x се нарича абсциса на точката A, координатата y — ордината на точката A, координатата z — апликата на точката A. Записва се така: A(x, y, z).

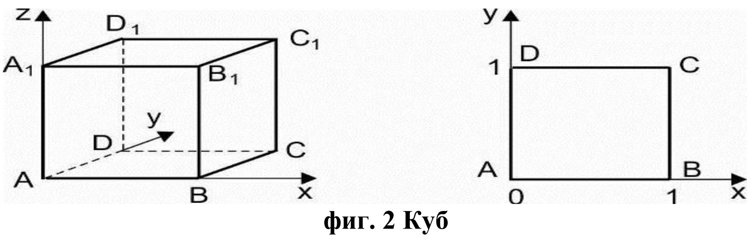


фиг. 1Координатна система

За решаването на стереометрични задачи много важно е учениците при избор на удачна правоъгълна координатна система да могат да намират лесно координатите на върховете на основни геометрични фигури.

1 задача: Даден е куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ със страна равна на единица. Да се определят координатите на върховете на куба чрез избор на подходяща координатна система. [9]

В тази задача е удачно е да се изберат векторите $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$ съответно за оси x,y и z и точка A за начало на координатната система.

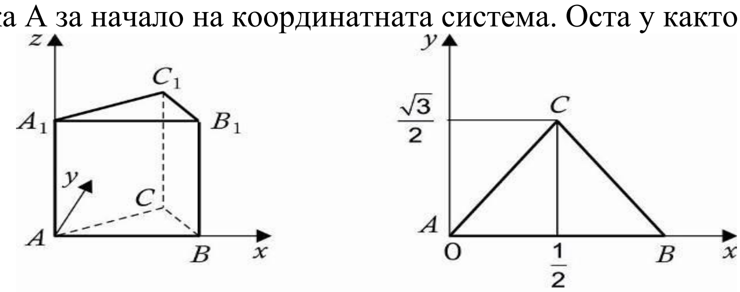


фиг. 2 Куб

Тогава лесно се определят координатите на върховете на куба: A (0,0,0), A_1 (0,0,1), B(1,0,0), B_1 (1,0,1), D(0 ,1 ,0), D_1 (0,1,1), C(1,1,0), C_1 (1,1,1).

2 задача: Дадена е правилна триъгълна призма $ABCA_1B_1C_1$, която има равни ръбове на единица. Да се определят координатите на върховете на призмата чрез избор на подходяща координатна система. [9]

В тази задача е удачно е да се изберат векторите $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AA_1}$ съответно за оси x и z и точка A за начало на координатната система. Оста y както е показано на фигура 3.

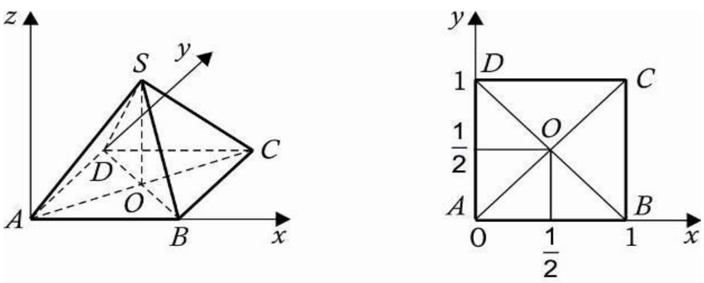


фиг. 3 правилна триъгълна призма

Тогава лесно се определят координатите на върховете на правилната триъгълна призма: A (0,0,0), A_1 (0,0,1), B(1,0,0), B_1 (1,0,1), C($\frac{1}{2}$,$\frac{\sqrt{3}}{2}$,0) и C_1($\frac{1}{2}$,$\frac{\sqrt{3}}{2}$,1).

3 задача: Дадена е правилна четириъгълна пирамида ABCDS, която има равни ръбове на единица. Да се определят координатите на върховете на пирамидата чрез избор на подходяща координатна система. [9]

В тази задача е удачно е да се изберат векторите $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$ съответно за оси x и y и точка A за начало на координатната система. Оста z както е показано на фигура 4.



фиг. 4 Правилна четириъгълна пирамида

Тогава лесно се определят координатите на върховете на правилната четириъгълна пирамида: A (0,0,0), B(1,0,0), C(1,1,0), D(0,1,0) и S ($\frac{1}{2}$,$\frac{1}{2}$,$\frac{\sqrt{2}}{2}$).

За да решаваме задачи по стереометрия с координатния метод, са необходими не само знания за определяне координати на точки. Много често задачите съдържат няколко прави и равнини, зададени по различни начини. Необходими са следните формули: [1, стр.24]

(1).Разстояние между две точки зададени с координатите им:A (x_A ,y_A , z_A) и B (x_B ,y_B , z_B) :

$$\left\|AB\right| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

(2). Намиране координатите на точка M среда на отсечка AB:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}, \; z_M = \frac{z_A + z_B}{2}$$

(3). Определяне координатите на вектора $\overrightarrow{AB}\left(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A\right)$

(4). Намиране косинуса на ъгъла между два вектора зададени с координатите си : $\vec{a}\ (x_1, y_1, z_1);\ \vec{b}\ (x_2, y_2, z_2)$

$$\cos\left(\widehat{\vec{a},\ \vec{b}}\right) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}.$$

(5). Намиране координатите на точка M (x_M, y_M, z_M), която дели отсечка AB в отношение $\lambda = \frac{AM}{BM}$, $x_M = \frac{x_A + \lambda.x_B}{1+\lambda}$, $y_M = \frac{y_A + \lambda.y_B}{1+\lambda}$, $z_M = \frac{z_A + \lambda.z_B}{1+\lambda}$

(6). Намиране разстояние от точка до права – дължината на перпендикуляра от точката до правата.

(7). Намиране разстояние ρ от точка M (x_M;y_M;z_M) до равнина α : Ax + By +Cz +D = 0

$$\rho = \frac{A.x_M + B.y_M + C.z_M + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

(8). Определяне ъгъл между две равнини; α :A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0 и β : A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0

$$\cos\ \varphi = \frac{A_1.A_2 + B_1.B_2 + C_1.C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

(9). Определяне ъгъл между права и равнина $\sin\ \varphi = \frac{\left|x_1.x_2 + y_1.y_2 + z_1.z_2\right|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}.\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$,където правата l има направляващ вектор $\vec{p}\left(x_2; y_2; z_2\right)$, а равнината има нормален вектор $\vec{n}\left(x_1; y_1; z_1\right)$

Учениците могат да определят координати на точки от основни стереометрични фигури и знаят основните формули за пресмятане на разстояния и ъгли. На следващия етап трябва да получат съответните алгоритми за решаване на по-сложни задачи.

Алгоритъм за намиране ъгъл между кръстосани прави: [9]

- На чертеж изобразяваме правите от задачата, като ги представяме чрез вектори
- Избираме подходяща координатна система за фигурата
- Намираме координатите на върховете
- Намираме координатите на векторите
- Използваме формулата – косинус на ъгъл между вектори
- Ако е необходимо в задачата след пресмятане на косинуса на ъгъла , определяме и самия ъгъл

Алгоритъм за намиране ъгъл между права и равнина:

- На чертеж изобразяваме правата и равнината от задачата и даваме направление на правата
- Избираме подходяща координатна система за фигурата
- Намираме координатите на края на направляващия вектор
- Намираме координатите на вектора
- Намираме координатите на нормалния вектор на равнината
- Използваме формулата – синус на ъгъл между права и равнина
- Ако е необходимо в задачата пресмятаме на синуса на ъгъла и самия ъгъл

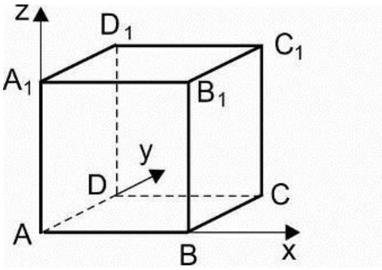
Алгоритъм за намиране разстояние от точка до равнина:

- На чертеж изобразяваме даденото от условието на задачата
- Избираме подходяща координатна система за фигурата

- Намираме координатите на дадената точка и на три точки от равнината
- Съставяме уравнението на равнината
- Намираме координатите на нормалния вектор на равнината
- Пресмятаме по формулата - разстояние от точка до равнина

Решаваме няколко задачи, в които показваме действието на алгоритмите, т.е. стереометричните задачи придобиват алгебричен характер. По този начин показваме на учениците, че ако в геометрията като правило за всяка задача се търси специфичен път за решение, то тук решенията се свеждат до общ метод на решение за група задачи, лесно приспособим към всяка задача.

4 задача: Даден е куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ със страна равна на единица. Да се намери разстоянието от точка A до правата BD_1.[9]



фиг. 5 Куб

Решение:

1. Нека изберем за начало на координатната система точка A(0,0,0), а осите x, y и z са съответно по направление на векторите $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$ (фиг.5)
2. Определяме координатите на точките B(1,0,0), $D_1(0,1,1)$
3. Определяме координатите на $\overrightarrow{BD_1}$ (-1;1;1)
4. Построяваме $AK \perp BD_1$
5. Координатите на точка K, която дели BD_1 в отношение λ пресмятаме по формулите

$$x_K = \frac{x_B + \lambda . x_{D_1}}{1+\lambda}, \; y_K = \frac{y_B + \lambda . y_{D_1}}{1+\lambda}, \; z_K = \frac{z_B + \lambda . z_{D_1}}{1+\lambda}$$

$$x_K = \frac{1+\lambda .0}{1+\lambda}, \; y_K = \frac{0+\lambda .1}{1+\lambda}, \; z_K = \frac{0+\lambda .1}{1+\lambda} \quad K\left(\frac{1}{1+\lambda};\frac{\lambda}{1+\lambda};\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)$$

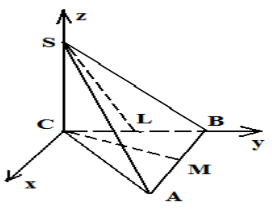
6. Пресмятаме координатите на $\overrightarrow{AK}\left(\frac{1-0}{1+\lambda};\frac{\lambda-0}{1+\lambda};\frac{\lambda-0}{1+\lambda}\right)$

7. $AK \perp BD_1 \Rightarrow \overrightarrow{AK}.\overrightarrow{BD_1} = 0$

$$-1.\frac{1}{1+\lambda} + 1.\frac{\lambda}{1+\lambda} + 1.\frac{\lambda}{1+\lambda} = 0 \qquad -\frac{1}{1+\lambda} + \frac{\lambda}{1+\lambda} + \frac{\lambda}{1+\lambda} = 0 \qquad \frac{1}{1+\lambda} = \frac{2\lambda}{1+\lambda} \qquad \lambda = \frac{1}{2}$$

$$K\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right) \qquad \overrightarrow{AK}\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right) \qquad \left|\overrightarrow{AK}\right| = \sqrt{\frac{4}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{6}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

5 задача: Основата на триъгълна пирамида SABC е равностранният триъгълник ABC със страна равна на $2\sqrt{2}$. Околният ръб SC с дължина единица е перпендикулярен на основата. Намерете ъгъла между правите SL и CM, където L е средата на BC и M е средата на AB. : [9, стр.16] (фиг.6)



фиг. 6 Триъгълна пирамида

Решение: Удачно е да разположим пирамидата в координатна система, избрана по следния начин:

1. точка C(0;0;0) за начало на координатната система
2. околния ръб SC за оста z, S(0;0;1)
3. основния ръб BC за оста y, тогава точките имат следните координати $B\left(0;2\sqrt{2};0\right)L\left(0;\sqrt{2};0\right)$

4. CM в равностранния триъгълник, освен че е медиана, е височина и ъглополовяща $\angle ACM = \angle BCM = 30^0$ CM = $\frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{2}.\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$

5. Нека точка $M(a;b)$ $\left|\overrightarrow{CM}\right|^2 = \sqrt{6}^2 = a^2 + b^2$

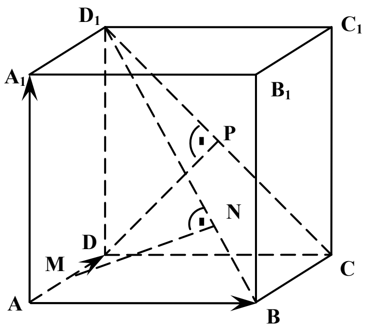
$\left|\overrightarrow{BM}\right|^2 = a^2 + \left(b - 2\sqrt{2}\right)^2$ получаваме координатите на точка M $\left(\frac{\sqrt{6}}{2};\frac{3\sqrt{2}}{2};0\right)$ и координатите на векторите $\overrightarrow{CM}\left(\frac{\sqrt{6}}{2};\frac{3\sqrt{2}}{2};0\right)$, $\overrightarrow{SL}\left(0;\sqrt{2};-1\right)$

$$\cos\angle\left(\overrightarrow{CM};\overrightarrow{SL}\right) = \frac{\left|\frac{6}{2}.0 + \frac{3\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2} - 1.0\right|}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 0^2}.\sqrt{0^2 + \sqrt{2}^2 + (-1)^2}}$$

$$\frac{3}{\sqrt{\frac{6}{4} + \frac{18}{4} + 0}.\sqrt{0 + 2 + 1}} = \frac{3}{\sqrt{6}.\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$, следователно $\angle(CM;SL) = 45^0$

Добре е да се покаже на учениците в кои случаи да се използва координатният метод. Това може да се илюстрира, като се реши подходяща стереометрична задача по различни начини и решенията се сравнят. За пример да използваме следната задача:

6 Задача: Дадена е правилна четириъгълна призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основен ръб AB = a и околен ръб AA_1= в. Да се намери разстоянието между основния ръб AD и диагонала BD_1 на призмата[5, стр180].



Решение: Изработваме чертеж, фиг.7.

Първи начин: Често при търсене на ъгли, дължини на отсечки, отношения на дължини се използва векторният апарат. Нека разгледаме решение чрез него. Избираме база в пространството: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$. Нека MN е оста-отсечка, т.е. $M \in AD$, $N \in BD_1$, тогава $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{BD_1}$. Нека $\overrightarrow{AM} = \alpha.\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BN} = \beta.\overrightarrow{BD_1}$

$$\overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = -\alpha.\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \beta.\left(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}\right) = (1-\beta)\overrightarrow{AB} + (\beta - \alpha)\overrightarrow{AD} + \beta\overrightarrow{AA_1}$$

фиг. 7 Правилна четириъгълна призма

Образуваме система:

$$\left|\begin{array}{l} \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{AD} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{BD_1} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} \left[(1-\beta)\overrightarrow{AB} + (\beta-\alpha)\overrightarrow{AD} + \beta\overrightarrow{AA_1}\right]\overrightarrow{AD} = 0 \\ \left[(1-\beta)\overrightarrow{AB} + (\beta-\alpha)\overrightarrow{AD} + \beta\overrightarrow{AA_1}\right]\left(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\left|\begin{array}{c} (\beta-\alpha)a^2 = 0 \\ -(1-\beta)a^2 + (\beta-\alpha)a^2 + \beta b^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} \alpha = \beta \\ -a^2 + \beta a^2 + \beta b^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \alpha = \beta = \frac{a^2}{a^2 + b^2}$$

Тогава $\overrightarrow{MN} = \left(1 - \frac{a^2}{a^2+b^2}\right)\overrightarrow{AB} + \frac{a^2}{a^2+b^2}\overrightarrow{AA_1}$

Дължината на MN ще намерим по формулата: $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\overrightarrow{MN}^2}$ и получаваме

$$|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{\overrightarrow{MN}^2} = \sqrt{\left[\left(1-\frac{a^2}{a^2+b^2}\right)\overrightarrow{AB} + \frac{a^2}{a^2+b^2}\overrightarrow{AA_1}\right]^2} = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Използвахме, че $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA_1} = 0$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0$ и $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA_1} = 0$.

Втори начин: По едната права построяваме равнина, успоредна на другата права. Тогава търсеното разстояние е равно на разстоянието от произволна точка от първата права до тази равнина. В случая $BC \| AD$. Тогава $AD \| BCD_1$. Търсеното разстояние ще бъде разстоянието от произволна точка от AD(най–често се избира някоя "подходяща" точка–например в случая A, D или средата AD), нека бъде точката D, до BCD_1. Да означим търсеното разстояние с h. Ще го намерим като представим обема на пирамидата $BCDD_1$ по два начина:

$$V_{BCDD_1} = \frac{1}{3}S_{BCD}.DD_1 = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.a^2.b = \frac{a^2.b}{6} \qquad V_{BCDD_1} = \frac{1}{3}S_{BCD_1}.h = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.BC.CD_1 = \frac{1}{6}a.\sqrt{a^2+b^2}.h$$

$$\frac{a^2.b}{6} = \frac{1}{6}a.\sqrt{a^2+b^2}.h \;\Rightarrow\; h = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Трети начин: При решение с координатния метод е важно да се прецени как да се свърже координатна система с разглежданата фигура. В тази задача нека началото на координатната система е т.A, а осите x, y и z да са разположени по направление на векторите съответно: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{AA_1}$. Първо се определят координатите на точките: A(0,0,0), B(a,0,0), A_1(0,0,b), C_1(a,a,b), D(0,a,0) и D_1(0,a,b).Така координатите на векторите $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BD_1}$ са:

$\overrightarrow{AD}$ = (0-0,a-0,0-0)= (0,a,0) $\quad$ $\overrightarrow{BD_1}$ = (0-a,a-0,b-0) = (-a,a,b)

Как можем да намерим разстоянието между двете прави AD и BD_1? Нека си представим, че двете кръстосани прави лежат на две успоредни равнини. Тогава разстоянието между двете прави ще е равно на разстоянието на произволна точка от едната равнина до другата равнина. Нека равнината, съдържаща AD, е α. Тогава координатите на точки A и D, като лежащи на нея, удовлетворяват общото уравнение на равнината A.x+B.y+C.z+D=0 и ще го превърнат във вярно числово равенство, т.е.

За т.A(0,0,0) имаме A.0+B.0+C.0+D=0 $\Rightarrow$ D=0

За т.D(0,a,0) имаме: A.0+B.a+C.0 =0 $\Rightarrow$ B = 0 и α : A.x + C.z = 0

Ако $\alpha \| \overrightarrow{BD_1}$ то $\vec{n}.\overrightarrow{BD_1}$ =0, където $\vec{n}$ е векторът на нормалата към равнината α с уравнение A.x +C.z = 0. След като ги умножим се получава: A(-a) + C.b =0

Ако приемем A =1 $\Leftrightarrow$ c= $\frac{a}{b}$. Така за уравнение на равнината α получаваме: x + $\frac{a}{b}$z=0

Така за разстоянието от т.B(a,0,0) до равнината α получаваме:

$$\rho_{(B,\alpha)} = \frac{1.a + 0.0 + \frac{a}{b}.0}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}} = \frac{a}{\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}} = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Виждаме, че ако учениците познават вече апарата на координатния метод, следвайки определен алгоритъм, решението на задачата се свежда до 5- 6 реда изчисления.

От разгледаните примери можем да направим извода, че е полезно в процеса на изучаване на стереометрия учениците да се обучат:

- Как да се ориентират дали разглежданата стереометрична фигура е удобна за изследване с координатния метод.
- Как да разположат фигурата в координатна система, какви да бъдат координатите на характерните точки.
- Кой алгоритъм да приложат.

Тези елементи на разсъждения са елементи от развитието на евристично и творческо мислене, на търсене и откриване на най-рационален подход при решаване на задачата и рационално съчетават алгоритмично и евристично мислене.

Работейки с този метод, учениците развиват следните умения:

- построяват точка по дадени координати и намират координати на дадени точки
- изчисляват разстояния между точки
- съставят уравнения на фигури
- виждат зад дадени уравнения конкретен геометричен образ
- превеждат задачата от геометричен на алгебричен език
- избират оптимално координатна система

Координатният метод е свързан и с една трудност. Една и съща задача може да получи различно аналитично представяне в зависимост от избора на координатна система. Само достатъчният опит позволява изборът на координатна система да е най-удачен.

ЛИТЕРАТУРА

1.Бунеева, Н.А., А.М.Каргаполов, Задачи по стереометрии (координатный метод),”НГУСУНЦ”, Новосибирск, 2006 г.
2.Виготски,М.Я., Справочник по елементарна математика, „Техника”, София, 1969 г.
3.Ганчев,И., Обучението по математика – сборник статии, „Народна просвета”, София, 1970 г.
4.Ляпин,С.Е., Методика на обучението по математика, „Народна просвета”, София ,1960 г.
5.Николов,Й., Д.Станков, С.Първулов, Математика за кандидат–студенти,УИ, Шумен, 2006 г.
6.Стойнова – Пенкова, Н.,Е.Петков, Н.Лалова, Д.Генов, Ц.Екимов, Сборник от задачи по висша математика, ”Наука и изкуство”, София, 1974 г.
7.Учебни програми III част, МОН дирекция “Политика в общото образование”, “Главна редакция на педагогическите издания на МОН”,София, 2003 г.
8.http://www.berdov.com/ege/solid_geometry/method/, 25.08.2014г.
9.http://kolosshcola.edusite.ru/DswMedia/s223maya.pdf,27.08.2014г.