

Задачи за **първи етап** (месец декември)
на Турнира за купата на декана по математика

Задача 1.

а) Пресметнете $f(A)$ и $\varphi(A)$, където $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 3, \quad \varphi(x) = x^3 - 6x - 2.$$

б) Проверете, че ако $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ и $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, то

$$A^2 - (a + d)A + (ad - bc)E = 0.$$

Задача 2. Докажете неравенството

$$\arctg x + \sin(x + \pi) \cdot \cos(x + \pi) + \pi \geq \frac{\pi}{1 + \pi x} + \frac{1}{2} \sin(2x + 2\pi) - \frac{3}{2} + A$$

за $\forall x \geq 0$, където A е границата

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x} - 2}{3 - \sqrt{8+x}}$$

Задача 3. Даден е трапец $ABCD$ с основи $AB = 5$ и $CD = 3$. Ако е известно, че триъгълникът ΔBCO е равностранен, където точка $O = AC \cap BD$ е пресечната точка на диагоналите му, то да се намери лицето на триъгълника ΔBCO .