Задачи за **първи етап** (месец **декември 2023**)
на **Турнира за купата на Декана по математика**

Задача 1. Даден е остроъгълен $\Delta ABC,$ където $\sphericalangle BAC > 60°$. Във вътрешността на триъгълника е взета точка D такава, че $\sphericalangle DAB = \sphericalangle DBA = 30°$ и $\sphericalangle DCA = 60°$. Точка E е среда на страната BC, а точка F е от отсечката AB такава, че $AF = 2FB$. Да се намери големината на $\sphericalangle DEF$.

Задача 2. а) Намерете цифрите x, y и z в десетичното число 13xy45z така, че то да се дели на 792.

б) Докажете, че ако p и q са различни прости числа, то $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1\ (mod\ pq)$.

Задача 3. Преобразувайте израза

$$w - ln\left(ap^2H + e^{ar!} - \frac{D}{y}\right) + 1 - 2023^F = ln|y| - lnN - \ln\left(-\frac{C}{42}\right),$$

където $N > 0,\ y < 0,\ aH > 0,\ r$ е естествено число, $C = \lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2-x-12}{12-2\sqrt{33-x}}$, $D = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{3.2023^n+2024^{n+1}}{2024^n-9.2022^{n+2}}$, $F = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2024^n}{n!}$, по такъв начин, че **2024** да бъде ***Happy New year!***