

Задачи за **втори етап** (месец февруари)
на Турнира за купата на декана по математика

Задача 1. Дадена е правилна четириъгълна пирамида ABCDS с връх S, като $AB = 1, SA = \frac{\sqrt{5}}{2}$. В пирамидата е вписана сфера. Прекарана е равнина α , успоредна на ръба AB и минаваща през точката, в която сферата се допира до стената SAB и точката от сферата, която се намира най-близо до върха S. Да се намери лицето на сечението на пирамидата с равнината α .

Задача 2. Да се реши системата:

$$\begin{cases} 3^{2x-2y} + 2 \cdot 3^{x-y} - 3 = 0 \\ 3^x + 3^{1-y} = 4 \end{cases}$$

Задача 3. Докажете че, ако a е цяло число, взаимно просто с 10, то за всяко естествено число n е в сила сравнението

$$a^{100 \cdot n + 1} \equiv a \pmod{1000}$$