

Задачи за втори етап (месец февруари 2024)
на Турнира за купата на Декана по математика

Задача 1. От всички правилни четириъгълни пирамиди, вписани в сфера с даден радиус R , да се намери височината на тази, която има най голям обем.

Задача 2. Намерете стойностите на параметъра λ , при които полиномите $f(x) = x^3 - \lambda x + 2$ и $g(x) = x^2 + \lambda x + 2$ имат общи корени и пресметнете тези общи корени.

Задача 3. Изследвайте функцията $f(x) = \frac{x}{4} \operatorname{arctg} x + B^{2024}x + A$ и начертайте графиката ѝ, ако константите A, B се определят по следния начин:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^{2024}}{2023^{n+1} - 2024^n} \cdot \sin(2024n) \right);$$

$$B = \frac{p^2}{q+r} + \frac{q^2}{r+p} + \frac{r^2}{p+q},$$

където реалните числа p, q, r удовлетворяват равенството

$$\frac{p}{q+r} + \frac{q}{r+p} + \frac{r}{p+q} = 1.$$