

Задачи за **трети етап** (месец март)  
на Турнира за купата на декана по математика

**Задача 1.** Нека  $O_1, A_1, B_1, C_1$  са медицентровете съответно на стените  $ABC, OBC, OCA, OAB$  на тетраедъра  $OABC$ . Да се намери отношението на обемите на тетраедрите  $OABC$  и  $O_1A_1B_1C_1$ .

**Задача 2.** Изследвайте функцията

$$f(x) = x e^{-\frac{x}{2-A}} + A \cdot (\operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2} - \sin x)$$

и начертайте графиката ѝ, ако  $A$  е границата

$$A = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\ln(x-1)}{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}} .$$

**Задача 3.** Отсечка с постоянна дължина се движи в равнината така, че краищата ѝ лежат върху две фиксирани взаимно перпендикулярни прави. Да се намери траекторията, която описва фиксирана точка от отсечката при това движение. Какво се получава, когато фиксираната точка е средата на отсечката?