Задачи за **трети етап** (месец **март 2024**)
на Турнира за купата на Декана по математика

Задача 1. От всички триъгълници с една и съща страна $\boldsymbol{a}$ и един и същ ъгъл $\boldsymbol{\alpha}$, лежащ срещу тази страна, да се намери този триъгълник, който има екстремална медиана към тази страна.

Задача 2. Даден е Δ ABC, за който $\measuredangle$A е два пъти по-голям от $\measuredangle$B. AL е ъглополовяща на $\measuredangle$A (L $\in$ BC). Точка K е отбелязана върху лъча AL така, че AK = CL. Докажете, че AK = CK.

Задача 3. Дадени са две хиперболи γ_1 и γ_2 с уравнения $\gamma_1: xy = a, a > 0$ и $\gamma_2: xy = -b, b > 0$. Нека правата $p_1: y = k_1 x$ пресича γ_1 в точките A и C, а правата $p_2: y = -k_2 x$ пресича γ_2 в точките B и D.

а) Да се докаже, че лицето S_{ABCD} на четириъгълника $ABCD$ е не по-малко от $4\sqrt{ab}$.

б) Да се докаже, че $S_{ABCD} = 4\sqrt{ab}$, само когато правите p_1 и p_2 са симетрични относно оста Oy.