

## ДИНАМИЧЕН СОФТУЕР ПРИ РЕШАВАНЕ НА ЕКСТРЕМАЛНИ ЗАДАЧИ

ЦВЕТА ИЛ. КИРИЛОВА

### DYNAMIC SOFTWARE IN SOLVING EXTREME PROBLEMS

ТСВЕТА I. KIRILOVA

**ABSTRACT:** *When the teacher decides a sum, well he knows how to attract students attention and cause lasting interest in them. Namely the dynamics of the drawings and the difficulties that students encounter in solving geometric tasks was leading my goal choosing the theme "Dynamic software in solving extreme problems." Working on the topic found materials on the draft Fibonacci, which largely deals precisely with this. The aim is to indicate how it is organized and managed educational and cognitive activity of students in solving extreme problems using the possibilities of the computer program GeoGebra and key features to enhance the level of their individual abilities*

**KEYWORDS:** *GeoGebra, Dinamic software, Extreme sums, Computer assisted learning, Experiments, Inovative learning environment, Internet.*

Повишаването на активността на учениците в учебния процес и засилването на мотивацията им за учене е основно предизвикателство, пред което е изправено съвременното българско училище. Усилията на педагозите са насочени към намиране на пътища за стимулиране на личната изява и внасяне на външна мотивация. С навлизането на информационните технологии и разработването на учебни среди възможностите за това се увеличават.

Учебната дейност по математика е сложен процес на взаимодействия между знанията, определени от учебната програма, дейностите, извършвани от учениците за усвояване на тези знания и умения за прилагането им, и психичните процеси, които стоят в основата на тези дейности. Построяването на модел на учебната дейност по математика изисква анализиране и отразяване на тези връзки и взаимодействия [7]. Математиката е незаменим технически инструмент, използван в естествените и компютърните науки, в инженеринга и икономиката. Техническият прогрес и развитието на медицината са немислими без нея. Този аспект трябва също да бъде взет предвид при обучението по математика в училище. Управлението на пътните светофари и функционирането на интелигентните транспортни системи са непостижими без математика. Без нея няма да имаме преносими компютри, мобилни телефони, DVD или MP3 устройства, навигационни системи, компютърни скенери, карти за банкомати и сканиращи касови апарати. Списъкът с примери може да расте безкрай защото не друго, а математиката лежи в основата на вградените в техническите устройства и средства електронни компоненти. Макар обикновено невидима в готовия продукт, най-напред е трябвало да бъде развита тя, а сетне – и приложена към конкретния проблем. Една от задачите на училището е да представи културния и технологичния принос на математиката и да спомогне да бъде осъзната по-добре нейната значимост [1].

Компютърно подпомогнатото обучение предоставя помощни средства за подпомагане и допълване на традиционния начин за обучение. Често се използва за ръководство и в помощ на преподаватели при представяне на учебен материал и за

провеждане на упражнения, като преподавателите могат да дават разяснения на учащите по време на занятията в клас или чрез Интернет [8].

Този вид обучение се осъществява най-вече в самите класни стаи, за да се постигне по-голяма ефективност на обучението. Има два типа компютърно подпомогнато обучение, в зависимост от софтуера, който се използва: когато е направена определена програма за някаква конкретна цел или когато имаме някакъв общ софтуер, на който обучаемите извършват упражнения дадени от преподавателя [6]. Съответните упражнения могат да се извършат в компютърни зали или у дома. Като помощно средство за учениците при техните упражнения може да се използва Интернет.

Ученето за разлика от преподаването, може да се осъществява както при наличие на преподаване, така и без него. Развитието на средствата за информация и особено на компютърната техника и технология създават все по – големи реални възможности за самостоятелно учене. Статистиките показват непрекъснато нарастване на броя на хората в зряла възраст, които се ориентират към самостоятелно учене.

Колкото по-широко и по-дълбоко компютърната техника и информационните технологии навлизат в различните области на живота, толкова по-разнолик става общественият интерес към внедряването им в системата на образованието.

Компютърно подпомогнатото обучение най-често се използва като добавка към традиционните занимания в класната стая. Този метод се използва за изпълнение на дадени упражнения, тестове, ръководства, помощни средства или други модули, които се намират на компютрите на дадено учебно заведение. Компютърно подпомогнатото обучение само по себе си не е начин за осъществяване на дистанционно обучение. Този метод трябва да се използва в комбинация с други методи на дистанционно обучение и когато се използва правилно, значително се увеличава индивидуалния опит на учащия [6].

Експериментирането се осъществява с динамични геометрични конструкции, при които учениците наблюдават, откриват закономерности, формулират хипотези, материализират ги с разработени от екипа динамични модели и ги обосновават или опровергават с помощта на учителя. Ролята на учителя вече не е да демонстрира готови факти, а да създава условия на учениците си да действат, да генерират идеи, да преоткрият математически резултати. Майсторството на учителя се проявява и в съчетаването на класическите педагогически средства с иновативните, в зависимост от конкретните условия [9].

Използването на динамичен софтуер в обучението по математика е условие за значително подобряване на учебния процес по математика и все по-актуално в българското образование. Той помага за по-доброто усвояване на учебния материал от учениците. Чрез използване на такъв тип софтуер бързо и лесно се изследват различни обекти, модифицират се, изясняват се частни случаи. При решаването на задачи динамичният софтуер служи за изследване на различни възможности, за формулиране на междинни хипотези и откриване на идеи за доказателство. С помощта на динамичния софтуер за кратко време могат да се осъществят редица наблюдения, учебно-изследователска дейност в час – учебна дейност на учениците за формиране на практически и теоретични знания за предмета на основата на изследване, преобразуване и експериментиране с него [4].

GeoGebra може да се използва като педагогическо средство за обучение по математика, тъй като помага за анализирането на проблем чрез динамични конструкции и предлага поле за експериментиране от страна на учащите [10]

Динамичният софтуер GeoGebra е предназначен за изучаване и преподаване на математика във всички нива на образованието, от средното училище до университета.

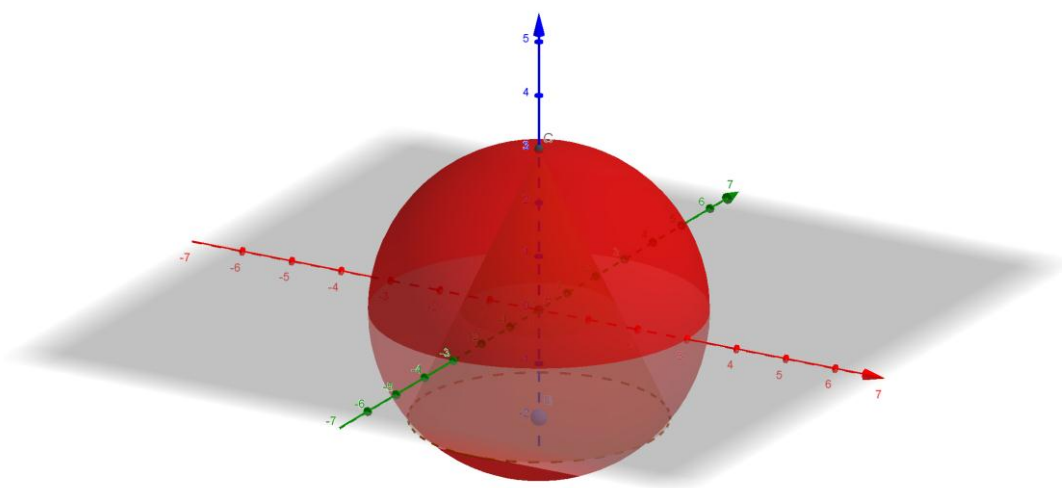
Продуктът включва динамична геометрия, алгебра, висша математика, графики, таблици, статистика. От една страна с GeoGebra можем да построяваме конструкции с точки, отсечки, вектори, прави, конични сечения, функции и да ги променяме динамично. От друга страна изчертаването на функции и точки със зададени координати, може да става директно. GeoGebra има вградени функции за използване при задачи с хомотетия, интегрални, корени на уравнения, екстремум на функции и други. Може да се справя с променливи във вид на числа, вектори и точки, могат да се намират производни, работа с матрици, алгебрични команди. Така програмата GeoGebra се явява особено подходяща за работа в часовете по алгебра и геометрия.

Веднъж създаден, всеки чертеж лесно може да бъде променян като се зададат нови стойности на избрани параметри. По този начин множество различни варианти на даден математически проблем могат да бъдат изследвани бързо и изчерпателно, а учебният материал да се представи по един по-интересен, модерен и атрактивен начин с активното участие на учениците [5].

С помощта на GeoGebra се улеснява създаването на математически конструкции и модели. Това позволява интерактивни изследвания чрез плъзгане на обекти и променяна на параметри. Програмата включва също и създаване на авторски инструмент, който позволява на учителите да създават интерактивни уеб – страници [2].

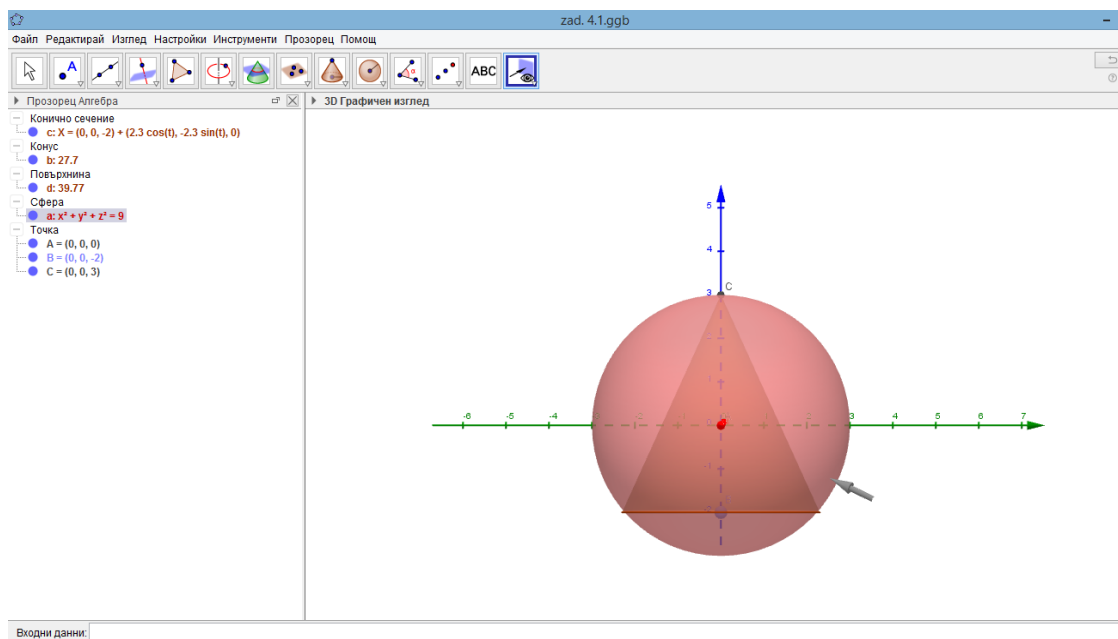
Използването на GeoGebra може да облекчи работата на учителя, като спести време и предостави прегледно материала. Особено важно е използването на подобен софтуер когато се цели чрез анализ на поредица от примери учениците самостоятелно да достигнат интуитивно до даден извод [3]. Динамиката на предложените примери, може да се проследи чрез някои от функционалните бутони на GeoGebra. Може да се създаде стереометричен чертеж, който да бъде завъртян и погледнат от всички страни. Всички обемни фигури могат да се разгледат и като двумерни.

Задача. От всички кръгови конуси, вписани в сфера с радиус  $R$ , да се намери, този който има най-голям обем.

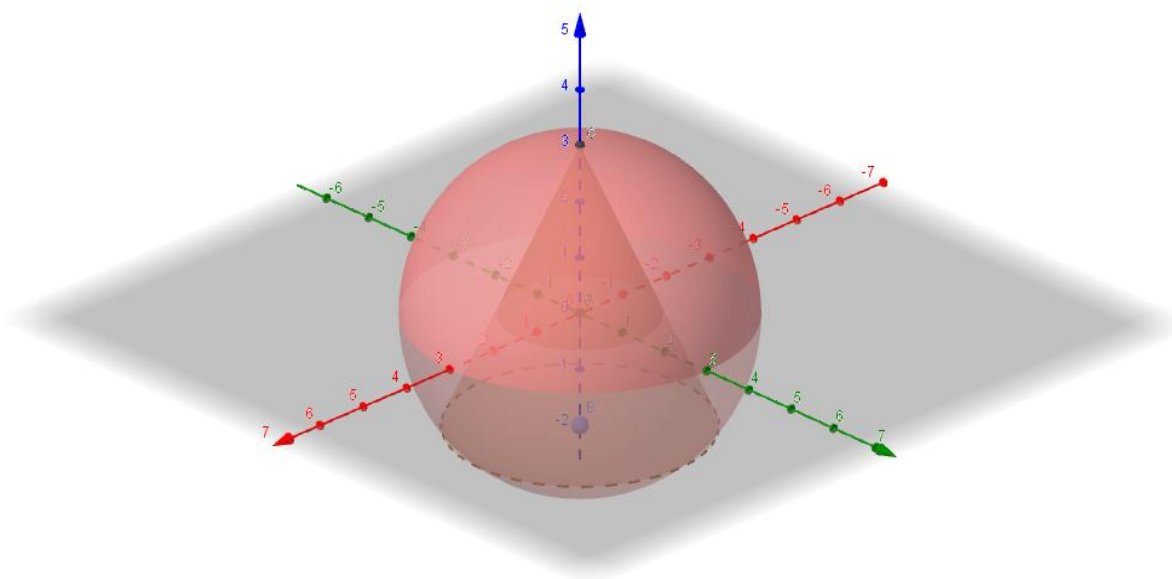


Чертеж. 1.

С помощта на GeoGebra можем да завъртим чертежа и да погледнем и двете фигури от различни ъгли.



Чертеж. 2.



Чертеж. 3.

Решение:

На **чертеж. 4.** е дадено основото сечение на конфигурацията – сфера и вписан в нея конус. Конусът е прав, защото от всички вписани конуси с една и съща основа, най-голям обем има правият конус.

Избираме за параметър ориентираното разстояние  $x$  от центъра на сферата до основата на конуса, т. е. разстоянието, взето със знак „+“ или „-“, в зависимост от това дали центърът на сферата е вътре или вън от конуса. Тогава  $x \in (-R, R)$ , а височината на конуса е  $CD = R+x$ .

Обемът на конуса е: 
$$V = \frac{\pi}{3} BD^2 CD = \frac{\pi}{3} (R^2 - x^2)(R+x) = \frac{\pi}{6} (2R-2x)(R+x)(R+x)$$

От неравенството на Коши приложено за величините  $2R-2x$ ,  $R+x$ ,  $R+x$  намираме, че

$$x = \frac{R}{3}$$

$V$  има най-голяма стойност при  $2R-2x = R+x$ , т. е. при

Следователно от всички кръгови конуси, вписани в сфера с радиус  $R$ , най-голям

$$h = CD = \frac{4}{3}R$$

обем има този, на който височината е

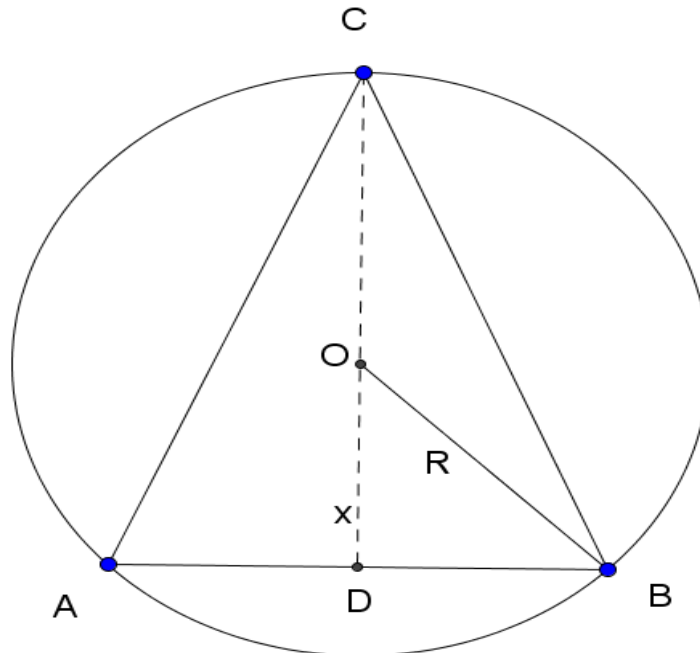
$$r = \sqrt{R^2 - x^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}R$$

Радиусът на основата и образувателната на този конус са:

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = 2\frac{\sqrt{6}}{3}R$$

За ъгъла  $\alpha$  между образувателната и основата на този конус имаме.

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$$



Чертеж . 4.

Обемът на този конус е  $V = \frac{\pi}{3} r^2 h = 32 \frac{\pi}{81} R^2 = \frac{8}{27} W$ , където  $W$  е обемът на кълбото.

Решавайки задачи чрез GeoGebra, ученици и учители могат да беседват, да провеждат експерименти. Това се прави с цел да се подпомогнат и стимулират учениците към осмисляне. Това в никакъв случай не освобождава учениците от математическото доказателство и решение с помощта на конкретен метод.

Динамичният математически софтуер е иновативна учебна среда, която провокира и мотивира учащите за задълбочени изследвания. В динамична среда учителят може да създава нови задачи на момента, съобразно нивото на усвояване от учениците. Чрез прилагане на иновационни методи и подходи в обучението се модернизира цялостната образователна система, подобрява се качеството на образованието. Най-важното предимство на използването на такъв тип софтуер в часовете по математика е, че учениците могат сами да си изграждат хипотези, да експериментират, да доказват математически твърдения и дори да създават собствени задачи, като по този начин участват активно в учебния процес .

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Баптист, П., К. Милер, Д. Рааб., Към нов подход в математическото образование
- [2] Въведение в GeoGebra ,  
[http://www.fmi-plovdiv.org/evlm/DBbg/database/teacherbook/3GeoGebra\\_BG.pdf](http://www.fmi-plovdiv.org/evlm/DBbg/database/teacherbook/3GeoGebra_BG.pdf), стр. 2-6.
- [3] Въведение в GeoGebra ,  
[http://www.fmi-plovdiv.org/evlm/DBbg/database/teacherbook/3GeoGebra\\_BG.pdf](http://www.fmi-plovdiv.org/evlm/DBbg/database/teacherbook/3GeoGebra_BG.pdf), стр. 1
- [4] Гроздев, С., Чехларова, Т., Българо-руският проект по методология и приложение на информационните технологии в образованието, стр. 2,  
<http://www.math.bas.bg/omi/toni/rezume-statii/88-ruse-Grozdev-Chehlarova.pdf>.
- [5] Димкова, Д., Учи и преподавай математика с GeoGebra. София, Везни-4, 2012.
- [6] Недков, И., Нова методология на преподаване по математика, акцентирано в 9 клас по геометрия, стр. 19
- [7] Николов, Й., Моделиране на процесите обучение→развитие и развитие→обучение при изучаване на математика в средното училище, УИ „Еп. К. Преславски“ 2001
- [8] Николова, М., ВТУ “Св. Св. Кирил и Методий”, Съвременни технологии за обучение, стр. 16-18
- [9] Тончева, Н., Софтуерни технологии за създаване на дидактически материали за обучението по математика, УИ „Еп. Константин Преславски”, Шумен, 2011
- [10] GeoGebra Institute of Rousse,  
<http://ggir.uni-ruse.bg/index.php/bg/2012-01-27-14-58-36.html>.