MATTEX 2018,
CONFERENCE PROCEEDING, v. 1, pp. 213- 220

INTERLACING MATHEMATICS AND ART IN THE CLASSROOM: TEACHING SYMMETRY AND ANTISYMMETRY USING TRUCHET TILES*

ANDREIA O. HALL

ABSTRACT: *The construction of art works based on a module — modular art — is present throughout all human history. Naturally, modularity is a fertile field for the occurrence of symmetries. In this paper we consider the use of a particular module consisting of a square divided by one of its diagonals into two triangles of different colors, known as a Truchet tile. From this module we considered rosettes and friezes of different dimensions and studied their properties regarding possible symmetries and antisymmetries. We have also counted the different configurations that can be obtained for different dimensions of rosettes and friezes. Symmetry and antissymmetry can be useful when creating art works and interlacing mathematics with the arts in the classroom can be a successful way to promote the interest for both subjects. We present some works carried out by primary and secondary school students and teachers.*

KEYWORDS: *Modular art, Symmetry, Antisymmetry, Truchet tiles, Mathematics and art, Mathematics education.*

1 Introduction

Modular structures are structures constructed from a set of basic elements (modules). The principle of modularity manifests itself in many ways, in nature, in science, in art, etc. As Slavik Jablan says [2], "modularity is a manifestation of the universal principle of economy in nature: the possibility of diversity and variability of structures, resulting from some sets (finite and very restricted) of basic elements, through their recombination". Of course, when recombination is based on isometries, we often find several symmetries in this type of structures.

In 1704, a Dominican priest named Sébastien Truchet published a work "Memoir sur les Combinasions", where he explored the construction of patterns made from a simple module composed of a square divided by one of its diagonals into two triangles of different colors, ◪, now known as a Truchet tile. Later, in 1722, a colleague of Truchet, Father Dominique Doüat, published the book "Méthode pour faire une infinité de dessins différents, avec des carreaux mi-partis de deux couleurs par une ligne diagonale", pursuing the work of Truchet and considering many other patterns constructed with the same motif. The work of these two priests became known through the much more recent publication of Smith and Bouchet [6] that triggered the interest for patterns made out of Truchet tiles.

Truchet tiles allow not only to tile the plane but also to create very appealing rosettes and friezes. These tilings, friezes and rosettes can be found in a variety of real-life applications, including patchwork, tapestries and facades of buildings. In Portugal, in the beginning of the 19th century, several facades of buildings were covered with blue and white Truchet tiles. In the city of Oporto there are more than 40 buildings with these tiles. Figure 1 shows three examples of facades with three distinct patterns that are found in Oporto together with a fourth, less symmetrical pattern found on a facade panel of the *Ginásio Clube Português*, in Lisbon.

*This work was supported in part by the Portuguese Foundation for Science and Technology (FCT-Fundação para a Ciência e a Tecnologia), through CIDMA - Center for Research and Development in Mathematics and Applications, within project UID/MAT/04106/2013.

Figure 1: Photos of three buildings in Oporto, from googlemaps, and detail (right) from the tile panel on the facade of the *Ginásio Clube Português*, in Lisbon.

In Greece, in a small village on the island of Chios called Pyrgi, there are many ornamental friezes of Truchet tiles (or a non-square rectangular version of it) on the facades of the houses. Figure 2 shows two examples.

Figure 2: Photos from houses in Pyrgi, Chios, Greece.

Truchet tile are also used by artists as can be seen in a ceramic panel by the Portuguese ceramist Sofia Beça shown in Figure 3.

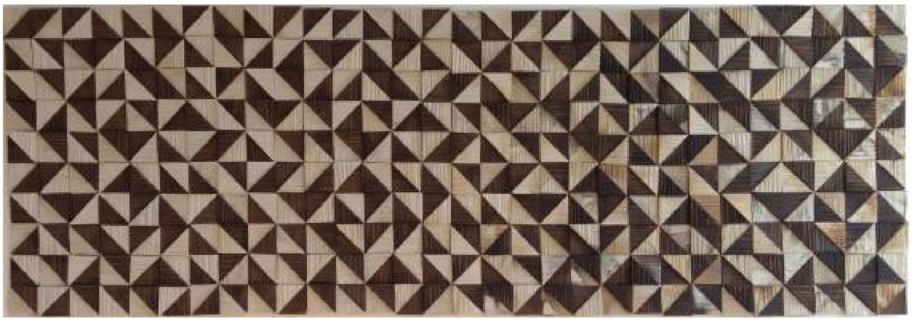


Figure 3: Ceramic panel "Regresso às origens" ("Back to the origins") by Sofia Beça, 2016.

2 Symmetry and antisymmetry

In geometry, a symmetry of a figure is an isometry that leaves it invariant. The set of symmetries of a figure F together with the operation composition forms a group which is known as the symmetry group of F. A symmetry group can either be discrete or continuous. Most figures we are interested in have discrete groups. In the plane there are only three categories of discrete symmetry groups: rosette groups (they have a finite number of symmetries which can only be rotations or reflections); frieze groups (they have translation symmetry in only one direction; one can identify a motive which is replicated at a constant distance along a straight line); and wallpaper groups (they have translation symmetry in two directions and spread over the plane). In this paper we shall focus on rosettes and friezes. Rosettes can be only of two types: either their symmetry group is cyclic, C_n, in which case they have exactly n rotations as symmetries (including the identity as a trivial rotation) or their group is dihedral, D_n, in which case they have exactly n rotations and n reflections as symmetries. Figure 4 contains a set of examples of rosettes from both types.

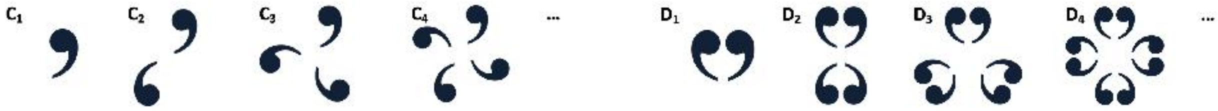


Figure 4: Rosette symmetry groups.

Friezes may have seven different symmetry groups, resulting from all the possible combinations of the four symmetry types (rotational, reflection, translational and glide reflection). Figure 5 contains a set of examples of friezes from all types (we use the crystallography notation). For more detailed information on symmetry groups see for instance [4].

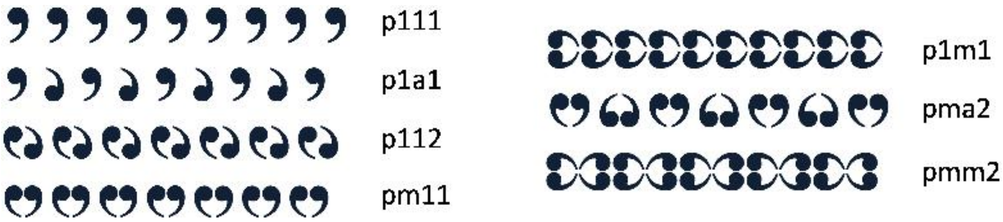


Figure 5: Frieze symmetry groups.

Humans have a natural tendency to identify symmetries around them - it is part of our way of perceiving the world and processing the information we are constantly receiving through the eyes. It is therefore not surprising that throughout human history human creations contain numerous elements of symmetry. But too much symmetry becomes monotonous and breaking symmetry is as important as symmetry itself. One was to break it is through antisymmetry; the concept is simple and appealing and can help students assimilate and consolidate the concept of symmetry.

Antisymmetry (also known as two-color symmetry) is closely connected to the concept of symmetry and may occur whenever each point of a figure or object has associated a dichotomous characteristic such as one of two colors, one of two electric charges, etc.. An antisymmetry is simply a symmetry coupled to an exchange of colors (or exchange of the value of the dichotomous variable) that leaves the figure or object invariant. Since there are four possible types of symmetry on the plane, there are also four possible types of antisymmetry on the plane. The yin-yang symbol, ☯, is an example of a figure with rotational antisymmetry and no rotational symmetry.

The set of all antisymmetries and symmetries of a figure also forms a group. Antisymmetry groups can be derived from the symmetry groups by coupling a permutation group with only two elements, the color-change transformation (see [5] for more details on antisymmetry groups). There are two practical issues that are useful for understanding the antisymmetry groups of a figure or even for generating such groups.

1. The designations for the symmetry groups can be obtained by analyzing the symmetry group of the uncolored figure (only with contours), G_u, and the symmetry group of the colored figure, G_c. The name of the anti-symmetry group is G_u/G_c. Figure 6 illustrates this process.

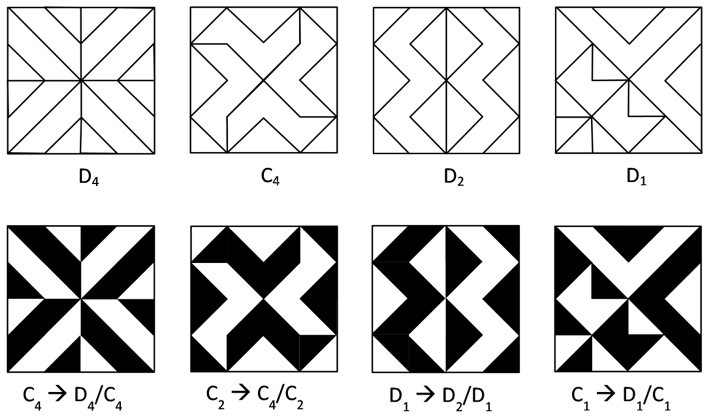


Figure 6: Examples of antisymmetry classification.

2. To generate an antisymmetry group we can start from a symmetry group and substitute one (or more) of its generators by the corresponding antisymmetric one. For example, group D_4 (symmetry group of a square) can be generated by a rotation of 90° and a reflection. If we replace one of these generators with the respective antisymmetric we obtain an antisymmetry group.

3 Truchet rosettes and friezes

Lord and Ranganatan [3] challenged the academic community to find the number of different patterns that can be constructed with Truchet tiles, given a unit cell dimension. In order to respond to this challenge, we began to count rosettes and friezes of Truchet tiles. Table 1 contains the counts of some square rosettes of Truchet tiles.

nxn	1x1	2x2	3x3	4x4	5x5	6x6
D_4		2		16		512
C_4		1		120		130816
D_2		2		240		261632
C_2		2		16200		17179672832
D_1	1	12	256	65280	16777216	68719214592
C_1	0	24	32640	536830080	1,407E14	5,903E20
Tot.	1	43	32896	536911936	1,407E14	5,903E20

Table 1: Counts of square Truchet rosettes by symmetry group.

As can be see the number of rosettes grows very rapidly with the square dimensions. One can also see that (in general) the more symmetrical the rosette the fewer configurations there are. As an example we provide all the 2×2 truchet rosettes grouped by symmetry and antisymmetry groups in Figure 7.

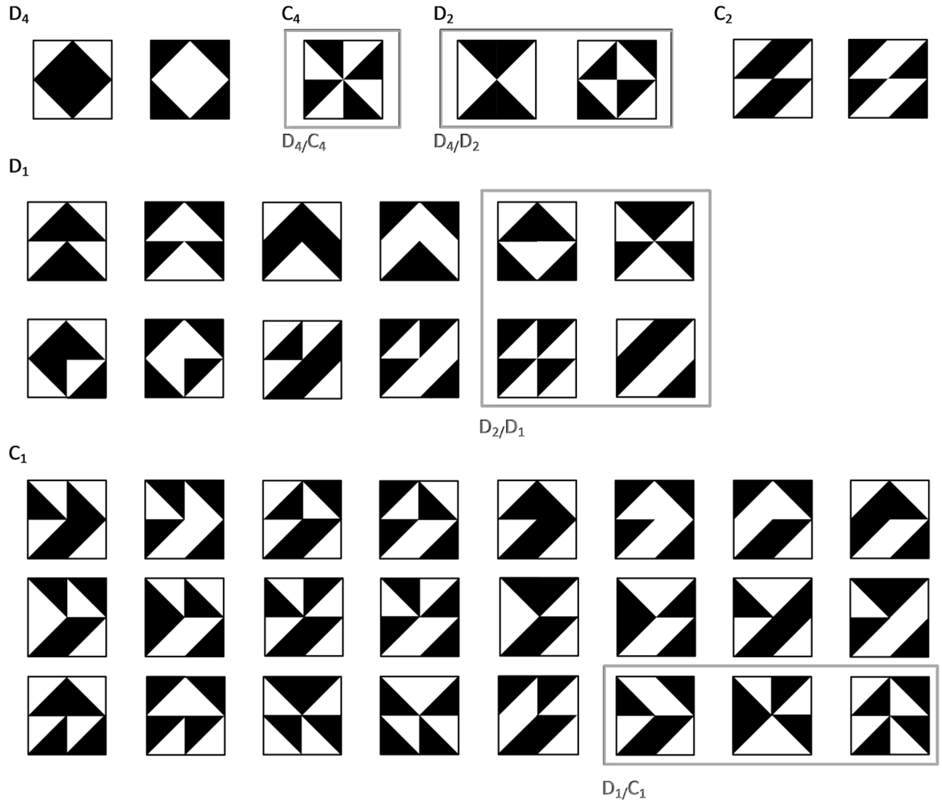


Figure 7: 2×2 Truchet rosettes and their symmetry groups (in black) amd antisymmetry groups (in grey).

With respect to friezes we provide in Figure 8 an example with all the six possible friezes with cell dimensions 2×1. There is only one 1×1 Truchet frieze, three 1×2 friezes and thirty eight 2×2 friezes.

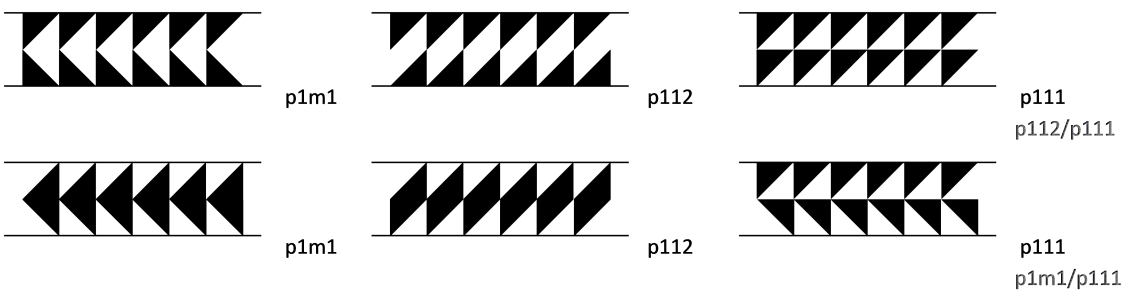


Figure 8: 1×2 Truchet friezes and their symmetry groups (in black) amd antisymmetry groups (in grey).

4 Mathematics and art in the classroom

Symmetry and antissymmetry can be useful when creating art works. Interlacing mathematics with the arts in the classroom can be a successful way to promote the interest for both subjects. Elliot Eisner (1933-2014), a pioneer in arts education, believed that an artistic approach to education could improve its quality and lead to a new vision for teaching and learning [1]. The study of symmetry and isometry, present throughout the school mathematics curriculum from elementary to secondary levels makes a perfect setting for a deeper contribution of art to mathematics education. The use of Truchet tiles for creating patterns is a simple way for mathematics teachers to explore mathematical concepts and artistic creativity with their students.

In this section we present some applications carried out in an educational context, with students and teachers of primary and secondary education. During the last six years several professional development courses took place at the University of Aveiro involving mathematics and arts teachers. In these courses several topics from geometry have been addressed, including symmetry (in rosettes, friezes and wallpaper patterns) and antissymetry. In all courses teachers had a chance to deepen their knowledge on the subjects involved and were asked to create their own art works applying those subjects. In turn, teachers were asked to perform some tasks with their students and challenge them to create their own art works. Parallel to these courses several activities have taken place directly with students, such as summer schools at University for elementary and secondary school students. The applications given next were all conducted within these setups.

In 2015, twenty students from the fifth and sixth grades attended the mathematics summer school at the University of Aveiro. One of the activities consisted of exploring Truchet friezes. Students were challenged to find out all the possible Truchet friezes with cell size 2×2. They couldn't find all the 38 friezes but they found most of them. Then they had to describe their symmetries and group the friezes according to the symmetry type. Finally each student decorated the front and back cover of an A4 size notebook with a different pair of Truchet friezes. Figure 9 contains some of the resulting friezes.

Figure 9: Friezes on notebooks by fifth and sixth grade students (2015).

In 2017, during a workshop on mathematics and art for fifth to twelfth grades mathematics teachers, the participants were asked to freely create a 4×4 Truchet rosette. Figure 10 contains the resulting rosettes. All together there were 17 rosettes but two were identical (upper left rosette).

Afterwards teachers classified the symmetry group and realized that most of their rosettes had some kind of symmetry or regularity which was not expectable if they had just chosen their configurations at random. At this point we explored some statistics and compared the observed frequencies with the expected ones. This activity served, among other things, to show that humans tend to look for symmetry in what surrounds them and that reflection symmetry arises more naturally than rotational one.

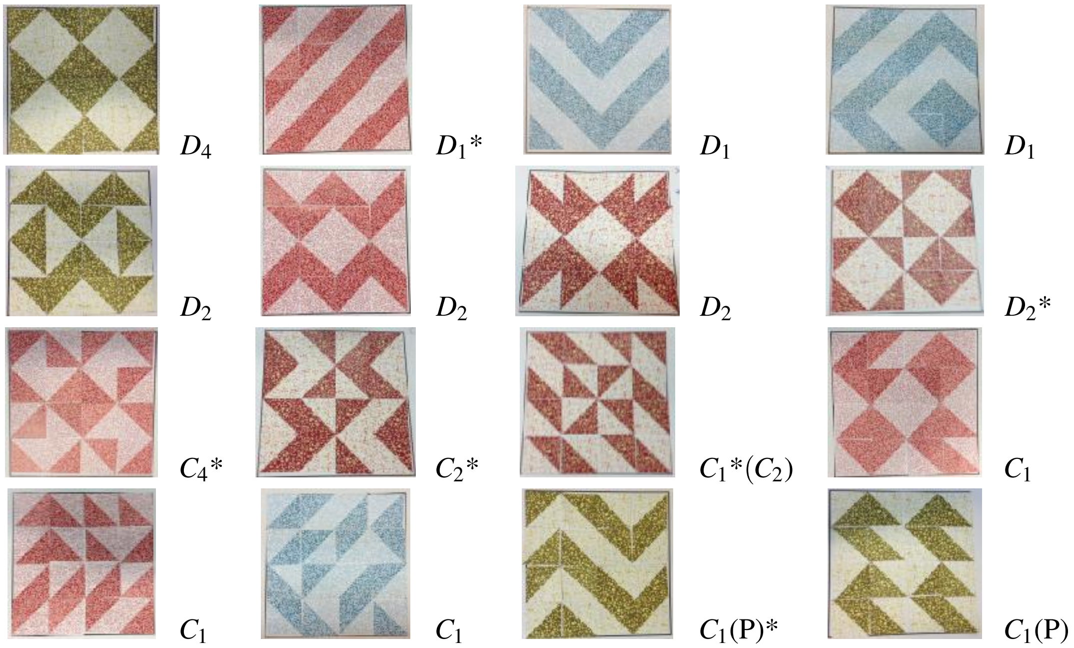


Figure 10: 4×4 Truchet rosettes made by teachers (2017). (P) - suggests a wallpaper; * - with antisymmetry; (C_2) - suggests C_2.

In 2017 two professional courses took place where teachers explored the concept of antisymmetry. Figures 11 to 13 show some of the results produced both by the teachers and their students.

Figure 11: Patchwork and ceramic pieces exploring antisymmetry; created by Ana Paula Moreira (left; C_4/C_2) and Teresa Carvalho (center and right; $p112/p112$ and $pmm2/p112$) (2017).

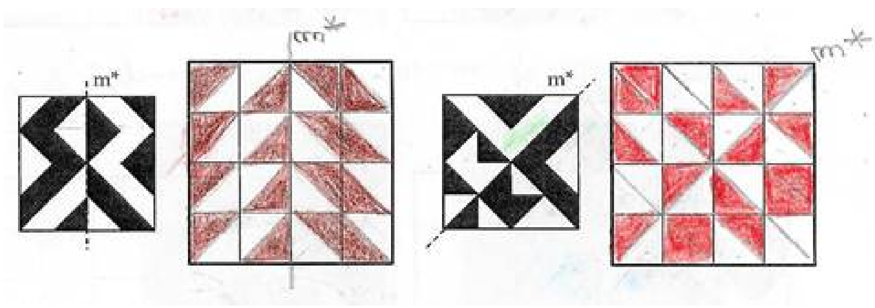


Figure 12: Antisymmetry explored by an elementary school student (2017).

Figure 13: Truchet rosettes created by elementary school students (2017).

More recently, in 2018, a professional development course with elementary school teachers addressed the topic of antisymmetry and some third grade students created interesting figures such as those in Figure 14 (Can you spot the flaw in the middle rosette?).

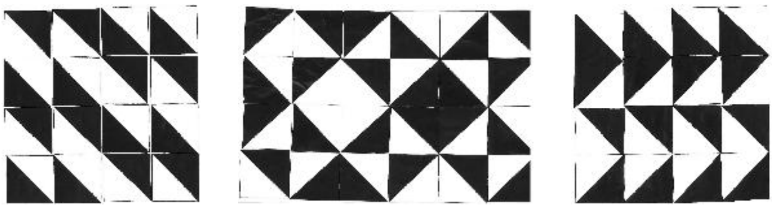


Figure 14: Truchet rosettes with antisymmetry created by third grade students (2018).

The professional development courses described above have been very rewarding, as participants reinforce their knowledge in mathematics and at the same time acquire new knowledge in arts and, above all, have the opportunity to explore their creativity and artistic skills, creating an extremely pleasant and productive work environment. In these courses we achieved the ultimate goal of all education, which is to successfully learn or teach with pleasure and satisfaction.

REFERENCES:

[1] Eisner, E. W., What can education learn from the arts about the practice of education? Journal of Curriculum and Supervision, **18**(1) (2002), 4-16.

[2] Jablan, S. Modularity in Science and Art. VisMath, **4** (1) (2002). Available at http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/jablan/d3.htm.

[3] Lord, E. and Ranganathan, S., Truchet tilings and their generalisations. Resonance **11** (2006), 42–50.

[4] Martin, G., Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry. New York: Springer-Verlag (1982).

[5] Radovic, L. and Jablan, S., Antisymmetry and Modularity in Ornamental Art. Bridges: Mathematical Connections in Art, Music and Science, Conference Proceedings (2001), 55–66.

[6] Smith, C. S. and Boucher, P., The Tiling Patterns of Sebastien Truchet and the Topology of Structural Hierarchy, Leonardo **20** (4) (1987), 373–385.

Andreia Hall
Center for Research and Development in Mathematics and Applications, Department of Mathematics, University of Aveiro, Portugal
E-mail: andreia.hall@ua.pt

CONTENT COMPONENT OF THE METHOD OF TRAINING THE FUNCTIONAL ANALYSIS OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

DMYTRO BOBYLIEV

ABSTRACT: *The article proposes the substantiation of the substantive component of the methodology of professionally directed instruction in the functional analysis of future mathematics teachers. The goals and the structured content of the discipline "Functional Analysis" are specified. To implement the described methodology, an educational and methodical complex of discipline has been created.*

KEYWORDS: *functional analysis, professionally directed skills, future mathematics teachers, course content.*

СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ КОМПОНЕНТ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОМУ АНАЛИЗУ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

ДМИТРИЙ Е. БОБЫЛЕВ

АБСТРАКТ: *В статье предложено обоснование содержательного компонента методики профессионально направленного обучения функциональному анализу будущих учителей математики. Уточнены цели и структурировано содержание дисциплины «Функциональный анализ». Для реализации описанной методики создан учебно-методический комплекс дисциплины.*

1 Введение

Для профессионально направленного обучения математике характерно выдвижение целей через учебную деятельность студентов и частично через внутренние процессы интеллектуального развития студента. Поскольку профессионально-педагогической деятельности, как и учебной деятельности, присуще выполнения определенных действий, поэтому трансформация цели в действие позволяет осуществить диагностику и управление процессом освоения студентами знаний, умений и их развития. Знание невозможны без действий, поэтому необходимо, чтобы цели фиксировали не только сумму знаний, необходимых для овладения содержанием, но и описывали умения, которыми должен овладеть студент в процессе изучения конкретной темы. Поэтому наряду с умениями, соответствующим каждой теме по функциональному анализу, необходимо формировать также и профессионально направленные умения. То есть методические требования к постановке целей в профессионально направленном обучении заключаются в формировании вместе с учебными умениями профессионально направленных умений, адекватных учебным умениям, которые должны быть приобретены в процессе обучения функциональному анализу. Целями дисциплины «Функциональный анализ» (для будущих учителей математики) в профессионально направленной системе обучения являются [1]:

- формирования математической культуры студентов, развитие системного математического мышления;
- знакомство с основными фундаментальными понятиями, которые лежат в основе современной теоретической и прикладной математики (пространство, оператор, функционал);
- приобретение навыков работы с основными понятиями функционального анализа и использование основных фактов и результатов в различных задачах прикладной математики;
- подготовка студентов к глубокому восприятию фундаментальных дисциплин.

Дисциплина является обобщением на бесконечномерный случай идей алгебры, математического анализа и геометрии. Идеи, методы, терминология, обозначения и стиль функционального анализа пронизывают почти все области математики, объединяя ее в единое целое. Знания, практические навыки, полученные при освоении дисциплины «Функциональный анализ», используются студентами при изучении специальных дисциплин, а также при выполнении курсовых и дипломных работ.

Задачи при изучении функционального анализа, решение которых обеспечивает достижение цели:

1) формирование понимания значимости математической составляющей в естественно-научном образовании бакалавра и магистра;

2) ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов в их взаимосвязи;

3) формирование навыков и умений использования современных математических моделей и методов.

Итак, функциональный анализ является составной математического образования и в то же время является эффективным инструментом решения прикладных задач и базой для изучения специальных дисциплин.

Например, при изучении темы «Метрические пространства» среди учебных умений, которые должны овладеть студенты, есть умение находить границу последовательности в любом метрическом пространстве. При этом профессионально-педагогические умениями будут следующие: уметь распознавать, сравнивать и анализировать метрику данного метрического пространства и переносить ее на определенную последовательность, доказывать, что совокупность множества и функции двух переменных является метрическим пространством и тому подобное. Этими умениями студенты должны овладеть в процессе решения определенных задач.

Дополнение описания умений системой конкретных задач, которые отражают эти умения, позволит определить уровень сформированности профессионально направленных умений – низкий, средний, высокий – каждого студента и осуществить развитие профессионально ориентированной деятельности для каждого студента к более высокому уровню, что будет способствовать реализации дифференцированного подхода к обучению. Поскольку в содержание математического образования, кроме предметных знаний, как отмечает Г. Саранцев [2], должны быть включены действия, адекватные математическим понятием, теоремам, общенаучные методы познания, а также специальные эвристические приемы и различные эвристики, то важным является выделение перечня основных профессионально направленных умений, использование которых способствует формированию профессионально ориентированной деятельности студентов.

2 Анализ содержания курса функционального анализа для будущих учителей математики

Проанализировав большое количество учебников и учебных пособий по функциональному анализу для классических и педагогических университетов [3-9], выделили теоретический и практический материал, который позволяет наиболее эффективно формировать профессионально направленные умения будущих учителей математики.

При изучении *содержательного модуля № 1 «Метрический пространство»* студенты овладевают понятиями: метрическое пространство, точка прикосновения, замыкание множества, замкнутое множество, внутренняя точка, открытое множество, сепарабельное множество и изучают свойства этих понятий в теоремах о пересечении и сумме замкнутых и открытых множеств. Указанное содержание данного модуля позволяет исследовать метрические пространства и фрактальные множества в них. Это дает возможность эффективно формировать профессионально направленные умение, которые соответствует типовой задаче деятельности: анализ современных математических теорий.

При изучении *содержательного модуля № 2 «Сходимость в метрических пространствах»* студенты овладевают понятиями: последовательность в метрическом пространстве, граница последовательности в метрическом пространстве, покоординатная сходимость и изучают свойства этих понятий в теоремах о граничной точке множества, эквивалентность покоординатной и просто сходимости последовательности, о замкнутости сходящейся последовательности. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из групп, которое соответствует типовой задаче деятельности: анализ современных математических теорий, анализ математической проблемы (задачи).

Осваивая *содержательный модуль № 3 «Полные метрические пространства»*, студенты изучают понятия фундаментальной последовательности, полного метрического пространства, дополнения метрического пространства и рассматривают свойства этих понятий в теореме Бэра и в критерии полноты метрического пространства; совершенствуют эти знания при решении задач на установление полноты метрического пространства и исследовании фундаментальных последовательностей. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: формулировка гипотетического утверждения, доказательство гипотетического утверждения, опровержение гипотетического утверждения и выбор, использование алгоритмов, методов, приемов и способов решения математических задач.

При изучении *содержательного модуля № 4 «Принцип сжимающих отображений и его применение»* студенты изучают понятия метрического пространства, неподвижной точки и изучают принцип сжимающих отображений, сформулированный в теореме Банаха, который реализуют в форме итерационного метода решения различных задач. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: исследование математической модели и особенно – выбор, использование алгоритмов, методов, приемов и способов решения математических задач и оформления полученных результатов.

В *содержательном модуле № 5 «Компактные множества в метрическом пространстве»* рассматривается понятие топологического пространства, компактного топологического пространства, передкомпактного пространства, покрытия и подпокрытие множества, равномерно ограниченного и равностепенно непрерывного семейства функций, свойства которых представлены в лемме Гейне-Бореля, теореме Хаусдорфа и теореме Арцела. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: анализ современных математических теорий, постановка математической задачи, анализ математической проблемы (задачи) и особенно – формулирование гипотетического утверждения.

При изучении *содержательного модуля № 6 «Линейное пространство»* рассматриваются понятия линейного и векторного пространства, аддитивного и линейного функционала. Опорными задачами этого модуля являются задачи на исследование множеств на компактность и исследования функционалов на линейность. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующепй типовым задачам деятельности: анализ современных математических теорий, постановка математической задачи, формулировка гипотетического утверждения.

Осваивая *содержательный модуль № 7 «Линейное нормированное пространство»*, изучают понятия нормированного банахового пространства, которые детализируются в теореме Хана-Банаха, первой теореме отделимости и во второй теореме отделимости и в опорной задаче исследования линейных нормированных пространств. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: доказательство гипотетического утверждения, опровержение гипотетического утверждения, исследование математической модели и выбор, использование алгоритмов, методов, приемов и способов решения математических задач и оформления полученных результатов.

В *содержательном модули № 8 «Линейное пространство со скалярным произведением»* изучаются понятия евклидового пространства, скалярного произведения в евклидовом пространстве, унитарного пространства, ортогональной и ортонормированной системы и формулируются основные свойства этих систем. Опорными задачами в этом модуле есть задачи на исследование системы элементов в линейных нормированных пространствах на ортогональность и ортонормованисть и задачи на проведение процесса ортогонализации Грамма-Шмидта. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: исследование математической модели и выбор, использование алгоритмов, методов, приемов и способов решения математических задач и оформления полученных результатов.

При изучении *содержательного модуля № 9 «Гильбертовы пространства»* изучаются понятия гильбертовом пространства, линейного многообразия, ортогонального дополнения, обобщенного ряда Фурье. Свойства этих понятий формулируются в теоремах о замкнутую выпуклую множество, о подпространство и многообразие в гильбертовом пространстве и расписание элемента гильбертовом пространства в обобщенный ряд Фурье. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: постановка математической задачи, исследования математической модели и выбор, использование алгоритмов, методов, приемов и способов решения математических задач и оформления полученных результатов.

Осваивая *содержательный модуль № 10 «Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность»*, студенты – будущие учителя математики, изучают понятие оператора, области значений оператора, границы оператора, непрерывности и ограниченности оператора, линейного оператора. Свойства которых концентрируются в теоремах про область значений линейного оператора, о непрерывности линейного оператора в банаховом пространстве, о критерии ограниченности линейного оператора. Рассматриваются опорные задачи на исследование операторов на линейность и нахождение нормы операторов. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: анализ современных математических теорий, постановка математической задачи и анализ математической проблемы (задачи).

В *содержательном модуле № 11 «Обратные операторы»* изучаются понятия линейно непрерывно обратного оператора, левого и правого обратного оператора, свойства которых концентрируются в теоремах о взаимно однозначных, непрерывно обратимых линейных и ограниченных операторах, теореме Банаха про ограниченный оператор. Опорными задачами в этом модуле есть задачи на нахождение обратного оператора. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: анализ математической проблемы (задачи), формулирование гипотетического утверждения, доказательство гипотетического утверждения, опровержение гипотетического утверждения, исследования математической модели, выбор, использование алгоритмов, методов, приемов и способов решения связыванных математических задач и оформления полученных результатов.

При изучении *содержательного модуля № 12 «Обобщенно-обратные операторы»* изучаются понятия проектора, области значений проектора, нуль-пространства (ядра проектора) и сводно-обратной матрицы. Свойства этих понятий формулируются в теоремах о критерии проекционной матрицы. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: формулирование гипотетического утверждения, доказательства гипотетического утверждения, опровержение гипотетического утверждения.

Осваивая *содержательный модуль № 13 «Сопряженные и самосопряженные операторы»*, студенты – будущие учителя математики, изучают понятие самосопряженного оператора. Рассматриваются опорные задачи на исследование операторов на самосопряженность. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: анализ современных математических теорий, постановка математической задачи и анализ математической проблемы (задачи).

В *содержательном модуле № 14 «Компактные операторы»* изучаются понятия компактного (вполне непрерывного) оператора. Свойства этих понятий формулируются в теоремах о критериях вполне-непрерывного оператора, последовательности компактных операторов, сопряженный оператор к компактному, Шаудера. Опорными задачами в этом модуле есть задачи на исследование операторов на компактность. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: анализ современных математических теорий, постановка математической задачи, анализ математической проблемы (задачи).

В *содержательном модуле № 15 «Собственные значения и собственные векторы линейных операторов»* изучаются понятия собственных значений и собственных векторов оператора, характеристического уравнения, свойства которых концентрируются в теоремах о линейной независимости собственных векторов линейного оператора, Жордана, про неравенство нулю собственных значений оператора, о собственных значениях линейного самосопряженного вполне непрерывного оператора, Гильберта-Шмидта. Опорными задачами в этом модуле есть задачи на нахождение собственных значений и собственных векторов оператора. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: анализ математической проблемы (задачи), формулирование гипотетического утверждения, доказательство гипотетического утверждения, опровержение гипотетического утверждения, исследование математической модели, выбор, использование алгоритмов, методов, приемов и способов решения связанных математических задач и оформления полученных результатов.

Осваивая *содержательный модуль № 16 «Резольвентное множество и спектр линейного оператора»*, изучают понятие спектра оператора, регулярных чисел оператора, резольвенты оператора, аналитического оператора, которые детализируются в теоремах о регулярной точке оператора, о сходимости непрерывной обратимости оператора и в опорных задачах на нахождение резольвенты и спектра оператора. Это позволяет формировать профессионально направленные умения из группы, соответствующей типовым задачам деятельности: доказательство гипотетического утверждения, опровержение гипотетического утверждения, исследование математической модели и выбор, использование алгоритмов, методов, приемов и способов решения математических задач и оформления полученных результатов.

3 Опорные задачи курса функционального анализа для будущих учителей математики

Рассмотрим более подробно опорные задачи с каждого содержательного модуля, соотнося их с организационными формами и методами обучения.

Содержательный модуль 1. Метрическое пространство.

Задача № 1. Дано $x \in R$, $\rho(x, y) = \operatorname{arctg}|x - y|$. Будет ли $\rho(x, y)$ метрикой? (при решении целесообразно использовать эвристический диалог).

Задача № 2. $\rho(x, y) -$ метрика. Доказать, что $\ln(1+\rho(x, y))$ также метрика (нестандартная задача).

Задача № 3. Дано, что $\rho(x, y)$ – метрика. Доказать, что $\rho_1(x, y) = \dfrac{\rho(x, y)}{1+\rho(x, y)}$ также метрика (нестандартная задача).

Содержательный модуль 2. Сходимость в метрических пространствах.

Задача № 4. Доказать, что из существования предела последовательности в произвольном пространстве следует ее ограниченность в этом пространстве (при решении целесообразно использовать эвристический диалог).

Задача № 5. Дано множество. Найти граничные точки, точки соприкосновения и замыкания данного множества (нестандартная задача).

Содержательный модуль 3. Полные метрические пространства.

Задача № 6. Дано множество натуральных чисел ***N***, $\rho(m, n) = \dfrac{|m-n|}{mn}$. Доказать, что данное пространство неполное (метод математического моделирования: проиллюстрировать нахождения метрики на определенных примерах).

Задача № 7. Дано множество иррациональных чисел I, $\rho(x, y) = |x - y|$. Исследовать это пространство на полноту (нестандартная задача).

Содержательный модуль 4. Принцип сжимающих отображений и его применение.

Задача № 8. Оператор *A* задан соотношениями

$$\begin{cases} y_1 = 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 - 0{,}2x_3 + 0{,}8; \\ y_2 = 0{,}2x_1 - 0{,}1x_2 \qquad\qquad -1{,}2; \\ y_3 = \qquad\quad -0{,}3x_2 + 0{,}2x_3 + 2{,}7. \end{cases}$$

Проверить выполнение условий теоремы Банаха в пространстве R_1^n (метод математического моделирования: проиллюстрировать нахождение решения системы методом сжимающих отображений в Microsoft Excell).

Задача № 9. Как оценить погрешность между *n*-ым приближением x_n решения уравнения $Ax = x$ и точным значением *x* (при решении целесообразно использовать эвристический диалог).

Задача № 10. Найти несколько приближений решении задачи Коши $y' = y$, $y(0) = 1$ и оценить величину отрезка, на котором решение существует и есть единственным (метод математического моделирования: проиллюстрировать нахождения решения методом сжимающих отображений в Microsoft Excell).

Содержательный модуль № 5. Компактные множества в метрическом пространстве.

Задача № 11. Доказать, что любой компакт является закрытым и ограниченным множеством (при решении целесообразно использовать эвристический диалог).

Задача № 12. Доказать, что пересечение двух компактов есть компакт (нестандартная задача).

Содержательный модуль 6. Линейное пространство.

Задача № 13. Рассмотрим множество M_{mn} всех прямоугольных матриц порядка $m \times n$ со скалярными элементами

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11}a_{12...}a_{1n} \\ a_{21}a_{22...}a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}a_{m2...}a_{mn} \end{pmatrix}, \qquad (b_{ij}) = \begin{pmatrix} b_{11}b_{12...}b_{1n} \\ b_{21}b_{22...}b_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ b_{m1}b_{m2...}b_{mn} \end{pmatrix}.$$

Обозначим в M_{mn} операции $(a_{ij}) + (b_{ij}) = (a_{ij} + b_{ij}),\ \lambda(a_{ij}) = (\lambda a_{ij})$. Доказать, что M_{mn} линейное простанство (нестандартная задача).

Содержательный модуль 7. Линейные нормированные пространства.

Задача № 14. Положим в нормированном пространстве $\| x - y \| = \rho(x, y)$. Проверить выполнение аксиом указанной метрики (при решении целесообразно использовать эвристический диалог).

Содержательный модуль 8. Линейное пространство со скалярным произведением.

Задача № 15. В пространстве C_l обозначим скалярное произведение формулой $(x, y) = \int_a^b x(t)y(t)dt.$ Проверить выполнение аксиом скалярного произведения (при решении целесообразно использовать эвристический диалог).

Содержательный модуль 9. Гильбертовы пространства.

Задача № 16. В пространстве C_l обозначим скалярное произведение формулой $(x, y) = \int_a^b x(t)y(t)dt.$ Проверить, является ли данное пространство гильбертовым (при решении целесообразно использовать эвристический диалог).

Содержательный модуль 10. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность.

Задача № 17. Рассмотрим в пространстве непрерывных функций на отрезке $[a,b]$. оператор, который определяется формулой $\varphi(s) = \int_a^b k(s,t)\gamma(t)dt,$ где $k(s,t)$ – некоторая фиксированная непрерывная функция двух переменных. Доказать линейность данного оператора (нестандартная задача).

Содержательный модуль 11. Обратные операторы.

Задача № 18. Показать, что оператор дифференцирования $F(t) = f'(t)$, действующий в подпространстве непрерывных функций, является линейным, но не непрерывным (нестандартная задача).

Содержательный модуль 13. Сопряженные и самосопряженные операторы.

Задача № 19. Установить общий вид линейного функционала в пространстве l_2 (нестандартная задача).

Содержательный модуль 14. Компактные операторы.

Задача № 20. Исследовать оператор $Ax = u + x(u),\ 0 \le u \le 1$ на компактность (при решении целесообразно использовать эвристический диалог).

Содержательный модуль 15. Собственные значения и собственные векторы.

Задача № 21. Найти собственные значения и собственные векторы оператора $Ax = u + x(u),\ 0 \le u \le 1$ (нестандартная задача).

Содержательный модуль 16. Резольвентное множество и спектр.

Задача № 22. Рассмотрим в пространстве непрерывных функций на отрезке $[a,b]$. Оператор, который определяется формулой $\varphi(s) = \int_a^b k(s,t)\gamma(t)dt,$ где $k(s,t)$ – некоторая фиксированная непрерывная функция двух переменных. Найти резольвентное множество указанного оператора (метод математического моделирования: проиллюстрировать резольвентное множество на определенных примерах).

4 Выводы

Исходя из цели курса пропедевтики функционального анализа (в рамках курса математического анализа на бакалаврате), которая заключается в предоставлении будущим учителям математики знаний в области современного функционального анализа, и с задания этого курса, – обучение студентов теоретическим основам и методам функционального анализа и применению этих методов, построим содержание курса пропедевтики, который состоит из двух модулей.

Модуль 1. Метрические и линейные пространства (М1):

Содержательный модуль 1. Метрическое пространство (СМ1).

Содержательный модуль 2. Сходимость в метрических пространствах (СМ2).

Содержательный модуль 3. Полные метрические пространства (СМ3).

Содержательный модуль 4. Принцип сжимающих отображений и его применения (СМ4).

Содержательный модуль 5. Компактные множества в метрическом пространстве (СМ5).

Модуль 2. Гилбертовые пространства (М2):

Содержательный модуль 6. Линейное пространство (СМ6).

Содержательный модуль 7. Линейное нормированное пространство (СМ7).

Содержательный модуль 8. Линейное пространство со скалярным произведением (СМ8).

Содержательный модуль 9. Гильбертовые пространства (СМ9).

Цель и задачи нормативного курса функционального анализа (магистратура): научить студента работать с линейными операторами в бесконечномерных пространствах. Данный курс функционального анализа также целесообразно составлять из двух модулей.

Модуль 3. Операторы (М3):

Содержательный модуль 10. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность (СМ10).

Содержательный модуль 11. Обратные операторы (СМ11).

Содержательный модуль 12. Обобщенно-обратные операторы (СМ12).

Содержательный модуль 13. Сопряженные и самосопряженные операторы (СМ13).

Содержательный модуль 14. Компактные операторы (СМ14).

Модуль 4. Исследование операторов (М4):

Содержательный модуль 15. Собственные значения и собственные векторы (СМ15).

Содержательный модуль 16. Резольвентное множество и спектр (ЗМ16).

Модульная организация модели содержания позволяет оперативно адаптировать ее в случае изменения учебных планов подготовки будущих учителей математики.

На основе проведенного выше анализа возможностей содержания курса «Функциональный анализ» в формировании профессионально направленных умений студентов прослеживается связь содержательных модулей функционального анализа и профессионально направленных умений, которые могут быть сформированы у студента при изучении функционального анализа.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Лов'янова, І. В., Бобилєв, Д. Є. Система професійно спрямованих умінь студентів при навчанні функціонального аналізу. Педагогіка вищої та середньої школи. 46 (2015), 45–52.

[2] Саранцев, Г. И. Гармонизация методической подготовки бакалавров педагогического образования. Педагогика. 3 (2013), 59-66.

[3] Березанський, Ю. М., Ус, Г. Ф., Шефтель, З. Г. Функціональний аналіз: підручник. Львів. (2014).

[4] Кадець, В. М. Курс функціонального аналізу та теорії міри: підручник. Львів (2012).

[5] Колмогоров, А. М., Фомін, С. В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу: підручник. Київ (1974).

[6] Маслюченко, В. К. Лекції з функціонального аналізу. Ч. 1: Метричні і нормовані простори. Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича (2010).

[7] Маслюченко, В. К. Лекції з функціонального аналізу. Ч. 2: Лінійні оператори і функціонали. Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича (2010).

[8] Старун, І. І. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу (теореми та задачі). Ніжинський державний університет ім. М. В. Гоголя (2005).

[9] Федоров, Е. Е., Пайков, В. И. Курс лекций „Функциональный анализ“. Донецкий национальный университет (2013).

Дмитрий Евгеньевич Бобылев
Криворожский государственный педагогический университет
E-mail: dmytrobobyliev@gmail.com

MODERN STATE AND PERSPECTIVES OF MODERNIZATION OF MONITORING OF PUPILS' TRAINING QUALITY TO EXTERNAL INDEPENDENT ASSESSMENT IN MATHEMATICS

OLEKSANDR SHKOLNYI, OLHA KUCHERIAVENKO

ABSTRACT: *In the article we consider the current state of monitoring the preparation to External Independent assessment of quality of knowledge in mathematics in Ukraine. Various components and levels of this monitoring are distinguished. Also we propose ways to modernizing both the EIA math system itself and monitoring the quality of preparation for this type of nationwide standardized assessment.*

KEYWORDS: *Monitoring of the quality of preparation, EIA in mathematics, SFA in mathematics, modernization, pupils of profiled senior school.*

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ И ПЕРСПЕКТИВЫ МОДЕРНИЗАЦИИ МОНИТОРИНГА КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ К ВНЕШНЕМУ НЕЗАВИСИМОМУ ОЦЕНИВАНИЮ ПО МАТЕМАТИКЕ [*]

АЛЕКСАНДР В. ШКОЛЬНЫЙ, ОЛЬГА В. КУЧЕРЯВЕНКО

АННОТАЦИЯ: *В статье рассматривается современное состояние мониторинга подготовки к внешнему независимому оцениванию качества знаний по математике в Украине. Выделены различные компоненты и уровни этого мониторинга. Предлагаются пути модернизации как самой системы ВНО по математике, так и мониторинга качества подготовки к этому виду общегосударственного стандартизированного оценивания.*

1 Введение

На данный момент внешнее независимое оценивание (ВНО) качества знаний по математике, проводимое Украинским центром оценивания качества образования (УЦОКО) Министерства образования и науки Украины, является основным инструментом проведения общегосударственного стандартизированного оценивания украинских выпускников. С его помощью в Украине производится государственная итоговая аттестация (ГИА) по математике за курс общеобразовательной школы, а также формирование ранжированного списка абитуриентов для поступления в украинские высшие учебные заведения. Поэтому исследования, касающиеся модернизации как самого ВНО, так и мониторинга качества подготовки к нему на сегодня являются одной из наиболее актуальных проблем педагогической науки в Украине.

В современной методической литературе нет однозначной трактовки понятия «мониторинг». Опираясь на здравый смысл и на источники [1], [10], [14], под *мониторингом некоторого объекта* (или субъекта, или некоторой совокупности объектов и субъектов) мы будем понимать определённый *осмысленный и упорядоченный набор мероприятий по наблюдению и влиянию на этот объект, преследующий некоторую цель*.

[*] Настоящата статия е частично финансирана по проект № РД-08-164/09.02.2018г. от фонд Научни изследвания на ШУ "Епископ Константин Преславски".

В нашем случае объектом мониторинга является процесс подготовки к ВНО по математике учащихся украинских школ, а целью – обеспечение надлежащего *качества* этой подготовки.

Безусловно, подготовка к независимому тестированию по математике в той или иной мере должна проводиться на протяжении всего обучения математике в школе, но особую актуальность она приобретает именно в старшей профильной школе, поскольку именно здесь проводится итоговое повторение и систематизация всего изученного ранее. Поэтому далее мы детально остановимся на мониторинге подготовки к ВНО именно в 10 и 11 классах.

Что касается понятия *качества подготовки*, то здесь мы исходим из *производственного толкования понятия качества* (см., например, [6], [9], [18]), для которого некоторый *объект или процесс является качественным лишь тогда, когда он отвечает определённым утверждённым стандартам качества*. В нашем случае в роли стандартов качества выступают государственные документы, регулирующие образовательный процесс в Украине (см., например, [7], [11], [12]).

Любой мониторинг в образовании имеет различные *уровни* в зависимости от того, кто его проводит. Для подготовки к ВНО по математике можно выделить общегосударственный, региональный (для крупных городов – городской), внутришкольный и учительский уровни. Осмысленную и координированную практическую реализацию мониторинга чего-либо на всех возможных уровнях его проведения будем называть *системой мониторинга*.

2 Система мониторинга качества подготовки к ВНО

Рассмотрим систему мониторинга качества подготовки к независимому тестированию по математике в Украине. К сожалению, нужно констатировать, что такой системы в нашей стране пока нет. Определённые фрагменты этой системы, безусловно, присутствуют, но нет ни одного государственного документа, регламентирующего всю систему.

На общегосударственном уровне основным элементом мониторинга подготовки к ВНО по математике является *пробное тестирование*, главной целью которого является ознакомление будущих участников ВНО с технической процедурой проведения теста. Ученики имеют возможность на практике реализовать все этапы прохождения теста: регистрация на тестирование, технические детали попадания на пункт тестирования (необходимы документы, разрешённые и запрещённые к проносу предметы), технические детали написания теста (вид тестовой тетради и бланков ответа, типы тестовых заданий), тренировка решения тестовых заданий и заполнение бланков в режиме реального времени. Пробное тестирование, безусловно, полезно и для самих учеников, и для их родителей, и для учителей, но практически ничего не даёт государству, поскольку нет никакого учёта ни количества проблем с попаданием на пункт тестирования, ни сведений о нарушениях регламента написания теста, ни, собственно результатов тестирования.

Существующие различные электронные ресурсы по подготовке к ВНО (см., например, [3],[16]), которые содержат тренировочные тематические и комбинированные тесты, также не способствуют реализации мониторинга на общегосударственном уровне, так как ни один из них не является государственным и не обязан предоставлять данные в УЦОКО. По нашему мнению, именно УЦОКО должен реализовывать этот уровень мониторинга качества подготовки к ВНО и координировать всю остальную систему мониторинга.

Заметим, что к мероприятиям указанной системы мониторинга относятся не только тренировочные тесты, но и различные анкетирования и опросы среди учителей, учеников и их родителей относительно проблем, которые они испытывают в процессе подготовки к независимому оцениванию. УЦОКО на своём сайте www.testportal.gov.ua размещает информационные материалы, в том числе программы ВНО и отчёты о тестированиях прошлых лет, но нигде, кроме разделов «Вопросы-ответы» и «Онлайн опросы», *нет обратной связи*, то есть возможности посетителя высказать мнение, насколько полезной оказалась та или иная информация. Мы считаем, что в этом направлении и указанный сайт, и всю систему работы УЦОКО следует усовершенствовать.

На региональном (городском) уровне естественным выглядит координирование подготовки к ВНО региональными центрами оценивания качества образования в структуре УЦОКО. Но в реальности соответствующие сайты региональных центров также являются сугубо информационными, на них практически отсутствует обратная связь. Кроме того, нам неизвестны систематические мероприятия по мониторингу качества подготовки к независимому тестированию, проводимые региональными центрами качества образования, что также выглядит несколько странно и требует естественных изменений.

С другой стороны, в регионах существуют независимые от УЦОКО центры мониторинга качества образования (см. например, сайты [8], [17], и другие), мониторинговые исследования которых, фактически сводятся к проведению тренировочных тестов. Подобные исследования, возможно, и полезны для региональных отделов образования и методических кабинетов, но без общей координации их эффективность вызывает значительные сомнения. Кроме того, наш опыт показывает, что качество самих тренировочных тестов, которые проводят подобные структуры, часто довольно невысокое, так как сотрудники независимых центров мониторинга в большинстве своём не проходили надлежащей подготовки, присущей сотрудникам УЦОКО и региональных центров в его структуре.

На внутришкольном уровне мониторинг качества подготовки учеников к ВНО по математике координирует администрация школы, а осуществляет учитель математики. Такой мониторинг является важной частью коммуникации между администрацией школы, учителями с одной стороны и учениками и их родителями с другой. К сожалению зачастую подобный уровень мониторинга опять-таки сводится только к проведению диагностических и тренировочных тестов с последующим доведением результатов этих тестов до администрации и родителей. Не отрицая важности таких тестов, отметим, что подготовка к независимому оцениванию не должна исчерпываться ими. Действительно, кроме наличия знаний и умений по математике, для достижения адекватного результата после прохождения теста ВНО от ученика также требуется *психологическая и физиологическая готовность*.

Игнорирование необходимости достижения надлежащего уровня психологической и физиологической готовности к тестированию зачастую приводит к тому, что ученики могут показать на ВНО значительно более низкий результат, чем они заслуживают по реальному уровню сформированных компетентностей. Поэтому среди внутришкольных мониторинговых мероприятий обязательно должны быть беседы с психологом как самих учеников, так и их родителей. Во время этих бесед должна подчёркиваться необходимость реализации таких фундаментальных факторов успеха, как формирование позитивного микроклимата в учебном коллективе и семье, наличие адекватной самооценки, систематичность в осуществлении подготовки к ВНО, грамотное чередование умственной и физической активности, обеспечение отсутствия переутомления и чрезмерной расслабленности, режим дня и тому подобное.

Важным в развитии системы мониторинга качества подготовки к ВНО по математике является надлежащая координация внутришкольного и регионального уровней. При этом функция региональных центров мониторинга должна быть не только контролирующей, как зачастую бывает, а, в основном, моделирующей, вспомогательной, обобщающей и аналитической. Важно, чтобы работники центров мониторинга, имея надлежащую подготовку, не только и не столько проверяли, сколько оказывали методическую помощь на основании проанализированных обобщённых результатов, полученных в качестве обратной связи от школ и отдельных учителей.

Наконец, учительский уровень мониторинга качества подготовки к ВНО по математике, базирующийся на профессиональных качествах отдельно взятого учителя, является, фактически нижней ступенькой, отправной точкой всей системы мониторинга. Именно учитель, преподающий предмет, лучше всего знает все проблемы учеников, причём как непосредственно в изучении материала, так и психологические и физиологические. Именно он первым замечает проблемы и ищет пути их решения. Именно он является тем человеком, который способен помочь ученику построить свою индивидуальную траекторию успеха, которая приведёт его к адекватной оценке на тесте ВНО.

Однако, учитель в одиночку, без надлежащей координации с более высокими уровнями мониторинга, не в состоянии справиться с проблемами всех учеников. Здесь важной, на наш взгляд, является техническая возможность оперативной коммуникации с коллегами и другими специалистами в сфере подготовки к тестированию. В этом направлении есть определённые успехи. В частности, многие заслуженные учителя открыли собственные сайты, где делятся своим опытом (см., например, [2], [15]), популярны также сетевые сообщества учителей математики и группы в социальных сетях (см., например, [5],[13]). Но заметим, что все эти сообщества, как правило, изолированы от указанных выше уровней системы мониторинга качества подготовки к ВНО по математике, что приводит возникновению значительных трудностей в коммуникации.

Мы также считаем, что программа изучения математики в старшей школе несколько перегружена, и не оставляет старшеклассникам достаточного времени для подготовки к ВНО. С 2016-2017 учебного года произошла «разгрузка» 11 класса путем переноса темы «Граница и непрерывность функции. Производная и ее применение» в курс 10 класса. Это привело к увеличению часов на тему «Повторение, обобщение и систематизация учебного материала», уменьшив при этом количество часов на все остальные темы курса.

Например, тема «Тригонометрические функции» на уровне стандарта ранее изучалась 26 часов, а после «разгрузки» стала изучаться только 18 часов. На профильном уровне по некоторым темам ситуация аналогичная (например, было 50 часов, а стало 36). Мы считаем, что такие изменения не могут положительно влиять на подготовку учащихся к тестированию, так как возможно приведут к формальному ознакомлению с материалом, учитывая тот факт, что в типичном классе учится около 30 учащихся и не всегда есть возможность использовать индивидуальный подход.

Из практики преподавания, хотели бы обратить внимание на то, что довольно часто ученики, изучающие математику на уровне стандарта, выбирают ее как для ВНО, так и для ГИА (около 30% учащихся), а при малом количестве часов на изучение математики (не более 3 в неделю) подготовиться к независимому оцениванию качественно весьма трудно. Поэтому родители вынуждены обращаться к услугам репетиторов, что, к сожалению, зачастую нивелирует образ учителя и его профессионализм.

Хотели бы также обратить внимание на существующий на данный момент элемент мониторинга качества подготовки к ВНО, который заключается в сравнении годовой оценки за курс «Алгебра и начала анализа» в выпускном классе с результатом независимого оценивания. Мы считаем, что такое исследование, в некоторой степени, является искусственным, так как, во-первых, программа 11 класса включает в себя лишь часть тем, которые представлены в тесте ВНО, а во-вторых, по одному виду сертификационной работы сравниваются учащиеся, изучающие математику на разных уровнях подготовки.

Как было сказано ранее, одним из важных элементов подготовки выпускника является пробное тестирование. Мы считаем, что этот вид деятельности может стать мощным инструментом мониторинга, если в начале учебного года усилиями региональных центров провести диагностическое тестирование для всех украинских выпускников. Эти результаты позже вполне можно будет сравнить с их баллами за ВНО по математике. Такое исследование сможет дать более реальную картину о росте качества знаний учащихся и ознакомит их с процедурой тестирования раньше, чем за месяц до его проведения.

Также не стоит забывать о том, что при мониторинге качества подготовки учащихся к независимому оцениванию по математике значительную роль играет готовность к самообразованию и самосовершенствованию педагогических кадров. Как показывает опыт Харьковской области, после внедрения обязательного экзамена для учителей в формате ВНО, уровень баллов, полученных выпускниками значительно повысился. Это свидетельствует о нескольких факторах. Во-первых, учителя стали лучше понимать учащихся с психологической точки зрения, а во-вторых, учитывая тот факт, что результаты тестирования педагогов оглашались обществу, многие стали уделять больше внимания своему профессиональному развитию.

3 Выводы

Исходя из вышеизложенного анализа, мы можем сделать следующие *выводы*.

1. На сегодняшний день в Украине как таковая отсутствует система мониторинга качества подготовки учеников к ВНО по математике, присутствуют только отдельные её компоненты, надлежащим образом не координированные. В необходимости создания такой системы мониторинга у авторов сомнений нет, поскольку именно она является широко зарекомендовавшим себя в мире эффективным инструментом, способным обеспечить адекватное развитие системы проведения ВНО в Украине.

2. Наиболее естественным координатором всей системы мониторинга качества подготовки к ВНО (в частности, по математике) является УЦОКО – структура в системе МОН Украины, созданная для реализации и проведения независимого оценивания. Для такой координации в системе УЦОКО должно быть создано специальное подразделение, которое реализует всю систему мониторинга и туда должны быть подобраны прошедшие надлежащее обучение специалисты. В этом случае мониторинг будет проводиться не по остаточному принципу, а будет являться одним из важнейших компонентов всей деятельности УЦОКО как инструмент обратной связи с обществом.

3. Для реализации системы мониторинга качества подготовки к ВНО по математике на всех уровнях, в системах региональных центров оценивания качества образования и/или в региональных отделах образования должны быть созданы отдельные должности

методистов по осуществлению мониторинга. При этом методисты должны не столько контролировать, сколько консультировать, рекомендовать и оказывать помощь в осуществлении всех мероприятий мониторинга. Эти же методисты могут проводить обобщение и анализ существующих проблем подготовки к ВНО по математике, чтобы впоследствии иметь возможность вынести их на обсуждение специалистов.

4. Под общим патронатом УЦОКО и региональных структур с привлечением специалистов (методистов по математике, психологов, социологов и других) необходимо создать специализированную сеть сайтов и сообществ в социальных сетях с целью оказания методической помощи учителям как в самом изучении математики, так и в организации подготовки к ВНО по этому предмету. При этом не следует забывать, что независимое оценивание не является самоцелью, а выступает пусть и важным, но всего лишь одним из компонентов общей цели – формирования всех надлежащих компетентностей образованного гражданина современной Украины.

5. Мониторинг качества подготовки учащихся к внешнему независимому оцениванию по математике все прочнее входит в украинскую систему образования. Он многогранен и может рассматривать различные аспекты образовательного процесса: система финансирования, повышение квалификации педагогических работников, содержание образования, состояние здоровья школьников, реализация воспитательных целей образования и тому подобное.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Байназарова О.О., Ракчеева В.В. Мониторинг и оценивание качества образования. Издатльство ХНУ им. В.Н.Каразина (2009).

[2] Блог Татьяны Крамаренко Математика + ИКТ [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://kramarenko12.blogspot.com/p/blog-page_28.html

[3] Всеукраинский портал подготовки к ВНО [Электронный ресурс]: Режим доступа: https://znoclub.com/

[4] Гриневич Л., Ликарчук И. Внешнее независимое оценивание в Украине: история, шаги, риски: исторический очерк. УЦОКО. Киев (2011).

[5] Группа учителей математики Украины [Электронный ресурс]: Режим доступа: https://www.facebook.com/mathinschool/

[6] ДСТУ ISO 9000-2001. Системы управления качеством. Основные положения и словарь. [Действителен от 10.01.2001р]. Госстандарт Украины (2001).

[7] Закон Украины «Об образовании» от 05.09.2017 № 2145-VIII. Ведомости Верховной Рады (ВВР). **38-39** (2017), 380.

[8] КНП «Образовательное агентство Киева» [Электронный ресурс]: Режим доступа: https://monitoring.in.ua

[9] Крылова Г.Д. Основы стандартизации, сертификации, метрологии. Москва. ИНФРА-М (2007).

[10] Майоров А.Н. Мониторинг в образовании. Санкт-Петербург. Образование-Культура (1998).

[11] Некоторые вопросы участия Украины в международном исследовании качества образования PISA-2018: Постановление Кабинета Министров Украины от 04.02.2016 № 72-р. Образование Украины. **66** (580) (2016), 3-4.

[12] О мерах по обеспечению приоритетного развития образования в Украине: Указ Президента Украины от 30.09.2010 №926. Информация и право. **1**(1) (2011), 96-98.

[13] Образование Украины [Электронный ресурс]: Режим доступа: https://www.facebook.com/OsvitaUkrainy/

[14] Родигина И.В. Педагогический анализ в системе мониторинговых исследований. Педагогика и психология. № **1**(50) (2006), 38-46.

[15] Сайт учителя математики Бортник Алины Вячеславовны [Электронный ресурс]: Режим доступа: https://sites.google.com/site/bortnykalina/

[16] Тесты ВНО онлайн [Электронный ресурс]: Режим доступа: https://zno.osvita.ua/

[17] Центр мониторинга качества образования и ВНО [Электронный ресурс]: Режим доступа: http://monitoringte.blogspot.com

[18] Школьный А.В. Основы теории и методики оценивания учебных достижений по математике учеников старшей школы в Украине: Монография. Киев. Изд-во НПУ имени М.П. Драгоманова. (2015).

Александр Владимирович Школьный:
Место работы: НПУ имени М.П.Драгоманова, Киев, Украина.
E-mail: shkolnyi@ukr.net

Ольга Викторовна Кучерявенко:
Место работы: НПУ имени М.П.Драгоманова, Киев, Украина.
E-mail: olga.kucheravenko@gmail.com

SCIENTIFICITY AND ACCESSIBILITY OF MATHEMATICAL CONCEPTS' DEFINITIONS IN THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

IRYNA A. DREMOVA, VASIL O. SHVETS

ABSTRACT: *the article reveals the general theoretical foundations for the definition of concepts and also rises the problem of combining the principle of scientific character and the principle of accessibility in determining mathematical concepts in the school course of mathematics and mastering them by students.*

KEYWORDS: *concept, definition, content and scope of the concept, the definition of a mathematical concept, school course of mathematics, scientific nature and accessibility of mathematical concept.*

НАУЧНОСТЬ И ДОСТУПНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ*

ИРИНА А. ДРЕМОВА, ВАСИЛИЙ А. ШВЕЦ

АННОТАЦИЯ: *в статье раскрываются общие теоретические основы определения понятий, ставиться проблема сочетания принципа научности и принципа доступности при определении математических понятий в школьном курсе математики и овладении ими учащимися.*

1 Введение

На современном этапе развития общества образование характеризуется усилением внимания к личности ученика, к его самопознанию, саморазвитию и самореализации. И поэтому целью образования является – подготовить человека к жизни так, чтобы он максимально раскрыл свои врожденные способности и реализовал потенциальные возможности. В связи с этим меняется взгляд на назначение образования, целью учебного процесса является не усвоение учеником содержания учебных дисциплин – математики, физики, химии и т.д., а *развитие его личности средствами математики, физики, химии и тому подобное*. Итак, на первый план выдвигаются актуализирующая и развивающая функции обучения математике.

Развитие личности средствами математики осуществляется в процессе овладения ею определенной системой научных знаний. Одной из главных составляющих системы научных знаний любой учебной дисциплины, в том числе и математики, есть понятия. Ни одна теория не может быть создана, развита и раскрыта без введения понятий. Овладение учеником законами и теориями начинается с осмысления, осознания и усвоения понятий, и дальше происходит путем оперирования этими понятиями. В этом заключается ведущая роль понятий при формировании в сознании учащихся системы научных знаний в соответствующей области. Таким образом, формирование системы знаний выступает как

*Настоящата статия е частично финансирана по проект № РД-08-164/09.02.2018г. от фонд Научни изследвания на ШУ "Епископ Константин Преславски"

процесс овладения понятиями. Овладение понятиями требует от учащихся активной умственной деятельности, поскольку так можно обеспечить глубокое понимание сущности изучаемых объектов и явлений теории. Само мышление невозможно без понятий. Умение мыслить включает умение оперировать понятиями. "Все, что существует в качестве наших мыслей, упорядочивается, организуется как единое целое с помощью той системы понятий, которую мы освоили" [1, 27].

Таким образом, в процессе овладении учеником понятиями реализуется развивающая функция обучения математики. Умственное развитие ученика при обучении математике следует рассматривать как развитие его способности к осознанию, осмыслению понятий, оперированию ими, конструированию новых понятий. Это и есть показателями математического развития ученика.

Математическая наука исследует объекты, которые являются абстракциями от реально существующих предметов и явлений, и которые обозначены научными терминами: числа, фигуры, множества, величины, отношение и тому подобное. Все это математические понятия. Для формирования адекватного математического понятия в сознании ученика, учителю прежде всего самому необходимо четко знать содержание понятия в современной науке и понимать его содержание в школьном курсе математики. При этом следует помнить о том, что последнее должно согласовываться с первым и не должно ему противоречить. Следовательно, формирование математических понятий в сознании учащихся должно подчиняться общим дидактическим принципам научности и доступности.

Принцип научности в обучении математике состоит в соответствии содержания и методов обучения уровню и требованиям современной математической науки, в формировании в сознании учащихся адекватных представлений о закономерностях и общих методах научного познания. С целью реализации принципа научности учитель должен не допускать "свободной" интерпретации содержания, следить за корректностью формулировок при определении математических понятий и построении математических суждений, приучать учеников критически относиться к каждому суждению, требовать от них четко различать определения, теоремы, следствия.

Принцип доступности в обучении математике требует учета возрастных особенностей учащихся. Содержание учебного материала и методы обучения должны быть адаптированы к уровню умственного развития учащихся, к их физическим возможностям, должны отвечать достигнутому ими уровню знаний и умений. При этом следует учитывать, что содержание учебного материала не может сокращаться или упрощаться. Слишком упрощенное содержание обучения снижает его развивающие возможности. Поэтому рекомендуется, чтобы содержание заданий для учащихся пребывало в "зоне их ближайшего развития" (по Л. Выготскому).

Эффективность реализации сочетания принципа научности в процессе овладения учащимися математическими понятиями и принципа доступности зависит в большей степени от компетентности учителя математики, его профессионализма и мастерства. Сегодня преподавание школьного курса математики обеспечивается разнообразием учебников, и поэтому актуальной является проблема тщательного научно-методического изучения и критического анализа содержания определений математических понятий, приведенных в современных учебниках.

Учитывая предыдущие рассуждения, далее напомним общие теоретические основы определения понятий и проанализируем толкование некоторых математических понятий современной наукой и сравним с их интерпретаций в школьном курсе математики.

2 Понятия. Содержание и объем понятия

Понятие – это форма мышления, в которой отражаются общие существенные (специфические) признаки определенных объектов или явлений реального мира.

Существенные признаки отражают природу объекта или явления и отличают его от других. Существенными признаками являются такие признаки без которых объект или явление немыслимы. Несущественные признаки – это признаки, наличие или отсутствие которых не приводит к изменению природы объекта или явления. Разница между существенными и несущественными признаками относительная. Признак, являющийся существенным в одном случае, с развитием и изменением объекта или явления может превратиться в несущественный, и наоборот. Критерием существенности признаков, отображенных в понятии, является практика.

Понятие – это результат глубокого познания объекта или явления действительности, результат обобщения его существенных признаков. Выработка (и усвоение) математических понятий происходит в процессе аналитико-синтетической деятельности, направленной на выделение общих существенных признаков объекта или явления и осознание несущественных, а также применение нового образованного понятия к решению задач. При выработке понятия применяют такие логические операции как сравнение, анализ, синтез, абстрагирование, обобщение и тому подобное.

С целью определения существенных признаков объекта или явления приходится его сравнивать с другими. При сравнении происходит сопоставление объектов или явлений для выявления их сходства и различий. Сравнение позволяет определить общее в объектах или явлениях, то, чем они похожи, а также чем они отличаются друг от друга, дать оценку выявленным признакам, сгруппировать предметы в группы (классы) и др. Сравнение осуществляется на основе взаимодействия анализа и синтеза.

Анализ – это мысленное разложение объекта или явления на составные части. Прежде чем выделить существенные признаки объекта или явления, необходимо знать, из каких элементов (частей, компонентов) он состоит. Следует исследовать каждый элемент в отдельности и в связи с другими. Это достигается с помощью анализа. Далее, исследовав объект или явление по частям, следует рассмотреть его в целом, во всех его связях и свойствах. Эту задачу решает синтез. Во время синтеза осуществляют интеграцию частей объекта или явления, расчлененного анализом, в единое целое. Анализ и синтез находятся в неразрывном единстве, они взаимосвязаны и взаимообусловлены: анализ всегда допускает синтез, а синтез – анализ.

Исследуемый объект (явление) имеет множество различных свойств и признаков. Для того, чтобы образовать понятие следует из свойств, выделенных анализом, отобрать только общие существенные. Поэтому в процессе образования понятия используется следующая логическая операция – абстрагирование. Абстрагирования – это мысленное выделение существенных признаков предмета и отделение их от других свойств. Результатом абстрагирования – есть понятие. Итак, любое понятие является абстракцией.

Существенные признаки, выделенные в отдельных объектах (явлениях), путем обобщения распространяются на подобные объекты (явления) или на класс в целом. Таким образом, осуществляется мысленный переход от единичного к общему через объединение однородных объектов (явлений) в классы на основе их общих признаков.

Овладение понятиями учащимися осуществляется через такие мыслительные действия, как «действие подведения под понятие» («действие распознавания») и обратное действие – отыскание следствий. Последнее означает, что от факта принадлежности объекта к понятию приходят к свойствам, которыми обладает этот объект. Для установления факта принадлежности объекта к определенному понятию следует проверить наличие у объекта совокупности необходимых и достаточных признаков. Если при этом окажется, что объект не имеет хотя бы одного из существенных признаков, делают вывод, что к данному понятию он не принадлежит. При этом можно использовать не только определение, но и теоремы, выражающие свойства понятий. Последние должны быть эквивалентными определению в том смысле, что свойства понятий, раскрывающиеся в них, могут быть положены в основу определений. Например, для установления принадлежности четырехугольника к параллелограммам можно воспользоваться определением параллелограмма или признаком. Вместе они представляют собой эквивалентные системы необходимых и достаточных условий.

Как видим, выработка понятия – это сложный познавательный процесс, связанный с практической деятельностью человека. Практика есть источником возникновения и развития понятий, а также критерием их содержания. Каждое понятие фиксируется в термине. Термин – это слово, которое имеет четко определенное значение. Наука стремится, чтобы каждый термин имел единственное значение. Понятие, зафиксированное термином, используется в дальнейшем как средство познания окружающего мира.

Таким образом, термин «понятие» обозначает мысленный образ определенного объекта (явления) или классов объектов (явлений) объективной реальности или нашего сознания. Каждая наука и каждый учебный предмет оперирует определенными, присущими им понятиями. Особенность математических понятий заключается в том, что они отражают в сознании пространственные формы и количественные отношения (и не только), абстрагируясь от реального мира.

Каждое понятие имеет свое содержание и объем. Содержание понятия – это множество общих существенных (специфических) признаков, присущих всем объектам (явлениям), которые описывает понятие. Объем понятия – это множество объектов (явлений), охватываемых этим понятием. Например, содержанием понятия «параллельные прямые пространства» является совокупность таких общих существенных признаков прямых: лежать в одной плоскости и не пересекаться. Каждый из признаков является необходимым и вместе достаточными для того, чтобы две прямые пространства были параллельными. Объем понятия образуют все параллельные прямые пространства.

Содержание и объем понятий взаимосвязаны. Эта взаимосвязь выражается логическим законом обратного отношения между объемом и содержанием понятия: с увеличением содержания понятия уменьшается его объем, и наоборот, с увеличением объема понятия уменьшается его содержание. Так, понятие «натуральное число» имеет более узкий объем, чем понятие «действительное число», поскольку каждое натуральное число является действительным, но произвольное действительное число не всегда является натуральным.

Когда объем одного понятия является частью объема второго, то первое понятие называют видовым, а второе – родовым. Понятие «четырехугольник» является родовым, а понятие «параллелограмм» – видовым. Схематически такое соотношение между родовым и видовым понятиями можно изображать диаграммами Эйлера-Венна.

Определить понятие – это подвести данное видовое понятие под ближайшее родовое и указать его видовые отличия. Определить понятие – это указать все необходимые и одновременно достаточные существенные признаки объектов (явлений), охватываемых данным понятием. Определение понятия предполагает его включение в линию понятийных преобразований, указание его места в системе понятий.

Выделение объема понятия связано с классификацией, то есть разделением совокупности объектов (явлений), которые описывает понятие, на классы по общим существенным признакам. Признак, по которому производится деление, называют основой классификации. Объем одного и того же понятия можно по-разному разбить на классы (подмножества) в зависимости от выбранной основы. Например, если в основу классификации треугольников положить величину угла, то множество треугольников разбивается на такие подмножества – остроугольные, прямоугольные, тупоугольные треугольники. А если за основу классификации выбрать соотношение между сторонами, то множество треугольников можно разбить на два подмножества – разносторонние треугольники и равнобедренные треугольники.

3 Определение понятия

Содержание понятия раскрывают через определение. Определение – это утверждение, в котором в словесной или символической форме зафиксированы общие существенные (специфические) признаки. Определение понятия должно содержать минимальное количество признаков, только необходимые и достаточные, которые выделяют объекты обозначаемого понятия из другого, более широкого по объему определяющего понятия.

Определение понятий принимаются по договоренности. Поэтому не говорят об истинности или ложности определений. Определение может быть логически правильным или неправильным. Логически правильное определение предполагает (и это можно обосновать) существование объектов с указанными общими существенными свойствами, то есть содержание понятия определяет непустой объем. Например, некорректное определение: «прямоугольным треугольником называется треугольник, у которого все углы прямые». Такой треугольник не существует. Следовательно, такое определение не описывает ни одного объекта, а потому есть логически неправильным.

Иногда одному и тому же понятию даются различные определения. В таком случае они должны быть равносильны, то есть из общих существенных признаков, включенных в одно определение, должны следовать общие существенные признаки, которые положены в основу другого определения. И наоборот. Например: «Квадратом называется ромб, у которого все углы прямые» или «Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны». Нетрудно показать, что эти определения равносильны.

Вообще, определение – это логическая операция, раскрывающая содержание понятия. Перечислим способы определения математических понятий:

1. Определение понятия через ближайший род и видовое отличие (характеристическое свойство). Видовые отличия могут соединяться в предложении союзами "и" (конъюнктивная структура), «или» (дизъюнктивная структура), «если ..., то ...» (импликативная структура). Например, «ромб – параллелограмм, у которого все стороны равны", "неправильная дробь – обычная дробь, у которой числитель больше или равен знаменателю", определение монотонной функции и тому подобное. Особенность таких определений заключается в том, что выбор ближайшего рода и характеристического свойства не определяется однозначно.

В школьном курсе математики преобладают определения понятий, которые даются через род и видовое отличие. В таком случае следует обращать внимание на то, чтобы определяемое и определяющее понятия были "соизмеримые", то есть объекты или явления, описываемые этими понятиями, должны быть одной природы.

2. Конструктивные (генетические) определения раскрывают способ образования (конструирование) объектов, принадлежащих данному понятию. Например, так определяется круг, биссектриса, осевая и центральная симметрия.

3. Индуктивные (рекуррентные или рекурсивные) определения указывают на базисные (основные) понятие некоторого класса и правила получения новых объектов этого же класса. В частности примером рекуррентного определения является определение арифметической или геометрической прогрессии.

4. Определение через согласование (договоренность). Например, такие определения используются в школьном курсе математики во время расширения понятия числа, определение факториала нуля, степени с нулевым показателем, степени с отрицательным показателем и другие.

5. Определение через отрицание (отрицательное определение). Такое определение содержит сведения о том, какими свойствами не обладают объекты, зафиксированные в понятии; например, определение параллельных прямых.

6. Аксиоматические или косвенные определения. Определение через аксиомы редко используются в школьном курсе математики из-за высокой степени абстрактности. Однако, в математической науке такие определения принимаются без обоснований и не требуют сведения к более простых понятий, поскольку именно они означают первоначальные понятия теории. Ярким примером является определение натуральных чисел через аксиомы Пеано, аксиоматические определения длины, площади, объема.

Определение понятия должно удовлетворять следующим требованиям:

1) отсутствие избыточности существенных признаков: определение не должно содержать признаков, которые можно доказать на основе признаков, включенных в определение;

2) отсутствие "порочного" круга: определяемое понятие не должно явно или неявно содержаться в понятии, через которое оно определяется (например, некорректно определять взаимно перпендикулярные прямые как прямые, образующие прямой угол, и одновременно прямой угол – как таковой, у которого стороны взаимно перпендикулярны);

3) отсутствие омонима: каждый термин используется для обозначения только одного понятия. Нарушение этого требования (обозначение одним термином разных понятий) определяется как неоднозначность терминологии, которая приводит к неопределенности в рассуждениях, к логическим ошибками и ошибкам на практике;

4) определение не должно содержать понятий, которые не определялись ранее.

4 Анализ некоторых определений математических понятий в школьном курсе математики

В школьном курсе математики рассматривают такие виды понятий: первичные (неопределяемые), определяемые понятия и понятия, которые вводятся описательно, на примерах. Определение математического понятия - это сведение определяемого понятия к другому определяющему понятию, с более широким объемом. Поскольку такой процесс является конечным, то в конце концов приходим к понятиям, которые не определяются через другие понятия, это первичные понятия (неопределяемые).

В школьном курсе математики к таким понятиям относятся натуральное число, множество, точка, прямая, плоскость, отношения "принадлежать к ...», «лежать между ...", длина отрезка, градусная мера угла. Содержание первичных понятий в школьном курсе математики раскрывается путем объяснения с использованием приобретенного учеником эмпирического опыта (натуральное число, множество т.п.) или путем формулирования системы аксиом. Так, в системе аксиом планиметрии раскрываются основные свойства первичных понятий – точки, прямой и тому подобное. Поэтому систему аксиом планиметрии (и стереометрии тоже) следует рассматривать как неявное, косвенное определение первоначальных понятий.

Первое первоначальное понятие, с которым учащиеся знакомятся в начальной школе и изучают в основной, является понятие натурального числа. "Числа 1, 2, 3, ..., используемые при счете предметов, называют натуральными числами". В этом утверждении говорится о введении термина, который используется для названия чисел, получаемых при счете предметов. Поэтому оно не является определением. На самом деле, натуральные числа можно получить и другим способом, например, указав порядковый номер или измеряя различные величины в случае, когда единица измерения помещается целое количество раз в измеряемой величине.

Заметим, что при введении первичных понятий, следует избегать употребления слова "называется" из-за того, что ученики будут воспринимать соответствующие утверждения как определения. Вместо этого целесообразно использовать словосочетание «*получили название», «договорились называть»* и тому подобное.

Итак, введенное таким образом понятие натуральных чисел не противоречит научному определению, понятно для учеников на интуитивном уровне из-за наличия у них достаточного эмпирического опыта, и позволяет дальше адаптировать и раскрывать теорию натуральных чисел в школьном курсе математики. Сведения о натуральных числах, которые изучаются в 5 классе (сравнение натуральных чисел, существование наименьшего натурального числа 1, отсутствие наибольшего натурального числа, неограниченность натурального ряда чисел, запись натуральных чисел и др.), дают учащимся представление о содержании этого понятия и позволяют оперировать с ними, исследовать их свойства и тому подобное. Однако известно, что в математической науке в полном объеме содержание понятия "натуральное число" раскрывается, например, через систему аксиом Пеано или на основе теоретико-множественного подхода.

Представление о первичных понятиях геометрии - точке, прямой, плоскости – на интуитивном уровне учащиеся также получают в начальной школе и в курсе математики 5-6 классов. На первых уроках геометрии в 7 классе раскрываются существенные признаки понятий «точка» и «прямая» через систему аксиом планиметрии. Здесь же учеников знакомят с неопределяемыми отношениями для точек и прямых «принадлежать ...», для трех точек прямой «лежать между ...».

Следует показать ученикам, что понятие точки, прямой, плоскости являются абстракциями от реально существующих объектов. Представление о прямой дает натянута нить или струна, представление о точке – место прикосновения карандаша к бумаге, мела – к доске, представление о плоскости – поверхность озера. Однако в геометрии эти фигуры рассматривают, пренебрегая размерами точки, толщиной прямой и плоскости. Прямая и плоскость в геометрии представляются неограниченно продляемыми. При формировании первичных понятий геометрии важно, чтобы ученики овладели терминологией, касающейся этих понятий.

Ученики должны усвоить, что понятие «лежать между» касается точек прямой (а не произвольной линии). Им следует объяснить, что в геометрии точкой, лежащей между точками А и В, является любая точка отрезка АВ, расположенная правее точки А и левее точки В, а не только та, что лежит посередине отрезка, как это нередко истолковывают в быту. Важно научить учащихся отличать научное геометрическое понятие «лежать между» от понятия, сформированного на жизненном бытовом опыте.

Подавляющее большинство математических понятий, изучаемых в начальной школе и в курсе математики 5-6 классов, вводится описательно, на примерах. Например, так вводятся понятия числового и буквенного выражений, отрезка, угла, треугольника, обычной и десятичной дроби, прямоугольного параллелепипеда, понятие простого и составного числа, круга, кругового сектора, угла, отрицательного и положительного числа, числовой прямой, прямоугольной системы координат, коэффициента, подобных слагаемых.

Ряд математических понятий вводится описательно, на примерах и в систематических курсах алгебры и геометрии. Так, например, в курсе алгебры 7 класса вводится понятие одночлена на нескольких примерах. Внимание акцентируется на операции умножения, которая выполняется над числами, переменными и их степенями. Отмечается, что приведенные примеры выражений являются произведением чисел, переменных и их степеней. И так раскрываются существенные признаки одночленов.

Нетрудно видеть, что такое объяснение согласуется с определением, которое дается в курсе элементарной математики[†]. Однако, заметим, что в объяснении отсутствует термин «степень с неотрицательным целым показателем». Такое упрощение (по сути, сужение) описательного определения не нарушает принцип научности при введении рассматриваемого понятия и реализует принцип доступности. Действительно, на момент ведения понятия одночлена ученики усвоили понятие степени с натуральным показателем и его свойствами. Научились оперировать с этим понятием, преобразовывать выражения со степенями, то есть ученики получили достаточный практический опыт, у них сформировался определенный «запас» примеров выражений и опыт выполнения действий с ними. Поэтому введение понятия одночлена в таком виде является естественным результатом обобщения.

Описательно, на примерах вводят и понятие "геометрическая фигура" (7 класс). При этом целесообразно пользоваться не только изображениями в учебнике, а также показать ученикам модели различных планиметрических фигур и геометрических тел. Среди них могут быть, например, многоугольники, окружность, круг, изготовленные из проволоки, вырезанные из бумаги, а также параллелепипед, пирамида, шар и тому подобное. Следует обратить внимание на то, что многоугольники, окружность, круг могут разместиться в плоскости всеми своими точками, а параллелепипед, пирамида и шар – нет. Такие представления об особенностях различных геометрических фигур способствуют сознательному усвоению других свойств в ходе дальнейшего изучения курса геометрии.

Первые определяемые понятия вводятся в курсе математики 5-6 классов. Это такие понятия, как развернутый угол, квадрат, правильная и неправильная дроби, среднее арифметическое чисел, процент, делители и кратные числа, наибольший общий делитель чисел, наименьшее общее кратное чисел, пропорция, параллельные и перпендикулярные прямые и тому подобное, так же определяются обратные арифметические действия. Предлагаемые в учебниках определения вполне согласуются с научными определениями и доступны для усвоения учениками.

В систематических курсах алгебры и геометрии (7-11 классы) новые понятия в основном вводятся путем определений. При этом их введение, как правило, опирается на приобретенный учащимися практический опыт знакомства с определяемым объектом и фактическую сформированность соответствующего понятия на интуитивном уровне. В частности это такие понятия как тождественно равные выражения, тождественные

[†]**Одночленом** называется произведение числового множителя и одной или нескольких переменных, каждая из которых возведена в степень с неотрицательным целым показателем. Общая запись одночлена $\boldsymbol{Ax^k y^l \ldots z^m}$.

преобразования выражений, уравнения, корень уравнения, уравнения с одним неизвестным, функция, многочлен, степень многочлена, отрезок, луч, круг, треугольник, параллельные прямые в пространстве, скрещивающиеся прямые, многогранник и т.д.

Далее, формируя у учащихся представление о некоторых математических понятиях, стоит обратить внимание на принципиальную возможность давать разные определения одному и тому же понятию в зависимости от выбора существенных признаков, содержащихся в определении. Это можно пояснить на примере определения параллелограмма. Вместе с тем не следует допускать, чтобы у учащихся складывалось мнение о произвольности ввода математических понятий вообще и их определений в частности. С этой целью следует показать ученикам примеры обоснования целесообразности введения именно такого, а не другого, определения понятия. Так, при введении понятия степени с нулевым и отрицательным показателями целесообразность определений обусловлена необходимостью распространить правила действий над степенями с натуральным показателем на степени с нулевым и целым отрицательным показателям. Поэтому следует принять такое определение степени с нулевым показателем: степень с показателем «ноль» любого числа, отличного от нуля, равна единице: $a^0 = 1$ при $a \neq 0$. Выражение 0^0 не имеет смысла. Аналогично вводиться определение степени с целым отрицательным показателем.

В процессе формирования математических понятий ученики допускают ошибки при самостоятельном выявлении общих существенных признаков, когда понятие формируется конкретно-индуктивным методом, либо при формулировке определений, когда понятия уже введены. При этом учащиеся часто забывают упоминать некоторые существенные признаки, неудачно выбирают или вообще не указывают родовое понятие. Самым эффективным способом предотвращения и коррекции ошибок является приведение контрпримеров, которые помогают ученику осмыслить и запомнить существенные признаки объектов, определяемых понятиями.

Вообще, формулируя определение математического понятия, следует убедиться, что ученикам известны и понятны те существенные признаки, которые раскрывают содержание нового понятия. Далее следует акцентировать внимание учащихся на логической структуре определения понятия. Прежде всего, выделить существенные свойства объекта и определить характер их связи (конъюнкция, дизъюнкция или обе одновременно, импликация). И пока ученик не поймет их на интуитивном уровне формализованные или строгие словесные определения математических понятий для него будут непонятными, а следовательно и недоступными. Потребность в предыдущем введении понятия сначала на интуитивном уровне, с отделением его существенных свойств на конкретных примерах с использованием наглядных образов и иллюстраций является тем более насущной, чем более абстрактным является это понятие, чем сложнее логическая структура его определения.

5 Выводы

Таким образом, формирование математических понятий у учащихся должно подчиняться дидактическим принципам научности и доступности. Формулируя определение математического понятия, необходимо заботиться о его согласованности с научным, учитывать уровень умственного развития учащихся и их готовность воспринимать и осмысливать определение понятия, совершать с ним умственные операции, включать его в учебную деятельность и систему знаний вообще.

Однако заметим, что определения математических понятий в современных учебниках не всегда достаточно адаптированы к школьному курсу математики, с учетом теоретических основ, и не всегда соответствуют сформулированным выше требованиям. Некоторые определения математических понятий, согласовываясь с научными определением (или почти повторяя его), теряют доступность для усвоения учениками. Или, наоборот, из-за чрезмерного упрощения выхолащивается научность определения.

Например, в одном из учебников скрещивающиеся прямые определяются как таковые, что не лежат в одной плоскости. Это определение указывает на существенный признак («не лежат в одной плоскости») и вообще согласуется с научным пониманием понятия «скрещивающиеся прямые». Однако, в такой формулировке ученику его трудно усвоить из-за того, что существенный признак может быть им истолкован неоднозначно. Поэтому здесь целесообразно отдать предпочтение определению через отрицание, то есть конкретизировать те свойства, которыми не обладают такие прямые, а именно прямые не пересекаются и не параллельны.

Украинская школа сегодня находится на этапе реформирования. В частности, обучение математике в старшей школе осуществляется по четырем разным программам – уровень стандарта, академический уровень, профильный уровень, уровень углубленного изучения математики. Реализация этих программ обеспечивается разнообразием учебников. Попытки авторов учебников адаптировать содержание математического образования к тому или иному уровню приводят к тому, что иногда нарушаются принципы научности и доступности в представлении учебного материала в учебнике, в том числе и во введении определений математических понятий.

Таким образом, на современном этапе перестройки школьного математического образования это становится актуальной проблемой украинского методической науки. Поэтому мы считаем необходимым актуализировать общие теоретические основы выработки математических понятий с целью предупредить некорректные формулировки их определений при создании учебников. Привлечь внимание ученых-математиков академического круга, методической и учительской общественности в Украине к ее решению. Одним з путей решения данной проблемы – есть проведение тщательного научно-методического изучения и критического анализа предлагаемого содержания учебного материала в современных учебниках по математике и разработка и создание на научных основах новых качественных учебников.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Великий тлумачний словник української мови /уклад, і гол. ред. В.Г.Бусел. - Київ (2003)

[2] Виленкин Н.Я. Определения в школьном курсе математики и методика работы над ними / Н.Я.Виленкин, С.К.Абайдулин, Р.К.Таварткиладзе // Математика в школе. – 1984. – № 4-5. – С. 43-47

[3] Выготский Л. С. Собрание сочинений : В 6 т. / Л. С. Выготский. – М. : Педагогика, 1982. – Т.1. – 487 с. – Т.2. – 504 с.

[4] Давыдов В.В. Виды обобщения в обучении (логико-психологические проблемы построения учебных предметов) /В.В. Давыдов. - М.: Педагогика, 1972,- 424 с.

[5] Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В.В. Давыдов. — М.: Интор, 1996. - 544 с.

[6] Дорофеев Г. В. Строгость определений математических понятий с методической точки зрения // Математика в шк. — 1984. — № 3. — С. 56 — 60.

[7] Матяш О., Прус А. Окремі аспекти формування математичних понять / О. Матяш, А. Прус // Вісник Житомирського державного університету. – 2010. – Випуск 53. – С. 87-93 [Електронний ресурс]. – Режим досупу: http://eprints.zu.edu.ua/4580/1/vip_53_17.pd

[8] Светлов В.А., Практическая логика. С.-Петербург (1997). - 576 с.

[9] Семенець С.П., Методика формування математичних понять (розвивальний підхід) «Дидактика математики: проблеми і дослідження» № 37, 2012, с. 68-73

[10] Слєпкань З.І. Методика навчання математики. Київ (2000).

[11] Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики /З.Слєпкань. - Тернопіль: Підручники і посібники, 2006. - 240 с.

[12] Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний /Н.Ф.Талызина. - М: МГУ, '1975.-343 с.

Ирина Анатолиевна Дремова
Национальный педагогический университет имени М.П. Драгоманова, кафедра математики и теории и методики преподавания математики
E-mail: irena_dream@ukr.net

Василий Александрович Швец
Национальный педагогический университет имени М.П. Драгоманова, кафедра математики и теории и методики преподавания математики
E-mail: kmmvm@ukr.net

ACTIVE TRAINING METHODS IN BILLINGS CHILDREN

KRASIMIR V. HARIZANOV, STOYANKA R. GEORGIEVA

ABSTRACT: *This article explores various active methods of training in bilingualism that can produce fruitful results and increase the effectiveness of the learning process. Various game models are proposed, which can contribute to more efficient learning and application of knowledge and skills in different subjects. A survey was conducted to study the attitudes and opinions of pedagogical staff to what extent they assess the need to use modern active methods in the learning process.*

KEYWORDS: *bilingualism, problem-based learning, game approach, active methods.*

АКТИВНИТЕ МЕТОДИ НА ОБУЧЕНИЕ ПРИ ДЕЦА БИЛИНГВИ*

КРАСИМИР В. ХАРИЗАНОВ, СТОЯНКА Р. ГЕОРГИЕВА

АБСТРАКТ: *В настоящата статия се разглеждат различни активни методи на обучение в условията на билингвизъм, които да дадат плодотворни резултати и повишаване ефективността в процеса на обучение. Предложени са различни игрови модели, които могат да допринсат за по-ефективно усвояване и прилагане на знания и умения по различни учебни предмети. Представено е анкетно проучване, чиято цел е да проучи мненията и нагласата на педагогическия персонал до каква степен оценяват необходимостта от използването на съвременни активни методи в процеса на обучение.*

КЛЮЧОВИ ДУМИ: *билингвизъм, проблемно-ориентираното обучение, игрови подход, активни методи*

Въведение

Билингвизмът (двуезичието) е едно широко разпространено явление не само в България, но и по целия свят. Породено от бурно развиващият се в последните години миграционни процеси или от мултикултурността на държавите.

Обучението на деца билингви е социален и продължителен процес, свързан с преодоляване на специфични трудности. Такива деца „интернализират и двата езика отрано, но все пак единият от тях обикновено се възприема като първи език“[4]. От най-ранна детска възраст този процес се свързва с овладяването на официалния език на държавата под формата на групова или индивидуална подготовка. Езиковото развитие на детето, до голяма степен определя негово социално интегриране и нивото на общуване в обществото. В най-старите и до известна степен най-интересните изследвания на билингвизма[4] се отнасят до децата билингви, които отрано се учат да говорят на два езика.

Активните методи на обучение при деца билингви

В българско училище се обучават и ученици, чийто майчин език не е български. Съвременните учителите, работещи в българските училище с деца билинги, непрекъснато изпитват нужда от нови и актуални методически насоки, чрез които да се стимулира и мотивира вниманието на учениците, в процеса на обучение. Според някои автори

* Настоящата статия е финансирана по проект РД-08-164/09.02.2018

придобиването на компетенции, знания и умения, могат да се овладеят когато „четенето, писането, слушането, говоренето, като се използват различни източници, включително учебна литература“ [3]. При работата си с ученици билингви, преподавателите най-често прибягват до различни видове упражнения[1] от вербален характер, като могат да бъдат свързани с изграждане на собствени мнения, анализ на ситуация, решаване на казуси и др.

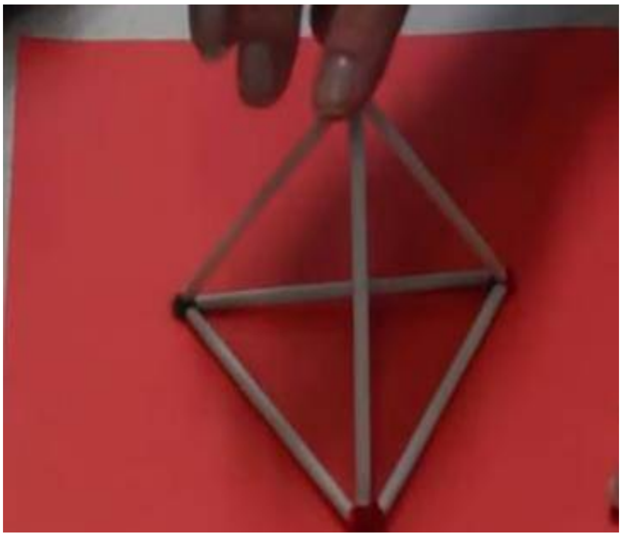
Обучението е един дълъг и сложен процес, в който учителя заема ключова роля, да осигури условия и среда, така че обучаемите да бъдат активната страна в него. Съвременните ученици имат изисквания и нагласи, които са свързани както с някои съвременни методи на преподаване, така и все по-голям набор от задачи свързани с ежедневието и практика.

За постигането на учебно-възпитателните цели, много преподаватели излизат извън рамката на традиционното обучение, като използват различни активни методи на преподаване в своята практика. Използайки възможностите на съвременните информационни и комуникационни технологии (ИКТ), всеки учител би могъл да направи учебния час по интересен и атрактивен. Използването на ИКТ, дава възможност на всеки ученик от етническите малцинства „равен достъп до качествено образование“ [7] и предпоставка за социална интеграция.

Участието в различни национални и международни проекти, даде възможност на българските училища през последните години да осъвременят своите материални и технически бази. В много училища се осигури интерактивни бели дъски, таблети, компютърни кабинети с актуални характеристики и софтуер, и други подходящи за обучението технологии. По този начин всеки и ученик или педагогически кадър има възможност да развива и надгражда своите професионални или лични умения и знания[6].

В настоящата статия се предлага, приложение на ИКТ и активни методи в обучението по математика и информационни технологии при деца билингви.

Работата с деца билингви в часовете по математика е системна. Учителят трябва да да поднесе разбираемо новите знания, като използва различни нагледни дидактически средства. Такива нагледни материали (презентации, табла, картони с геометрични фигури, дебели спагети, сламки свързани с пластилин или кибритени клечки), могат да бъдат предварително изработени от учителя или изработени от учениците по време на час (Фиг.1).

Фиг. 1 Създаване на геометрична фигура с помощта на спагети и пластилин, а на втората снимка сламки и пластилин.

За онагледяването на знанията в уроците за нови знания по математика могат да се приложат възможностите презентациите. Например в темата „Еднакви триъгълници“, седми клас, при деца билингви е предизвикателство за учителя да покаже как чрез налагане може да се разбере дали триъгълниците са еднакви. С помощта на подготвена презентация (Фиг.2) и използването на преходите и анимациите, може да се получи много подходящо онагледяване.

Фиг. 2 Презентация на тема „Еднакви триъгълници“

Игрите и състезанията по математика подтикват учениците към положителни емоции. Приемат се с позитивни чувства и допринасят за мотивация на ученика към по-задълбочени познания. При игрите се започва с по-лесни задачи и постепенно се преминава към по-трудни.

Примерни игри:

Бързина. Това е метод, който може да се използва както като метод/техника за обобщение, в началото на занятието и като отношение на учащите към даден проблем.

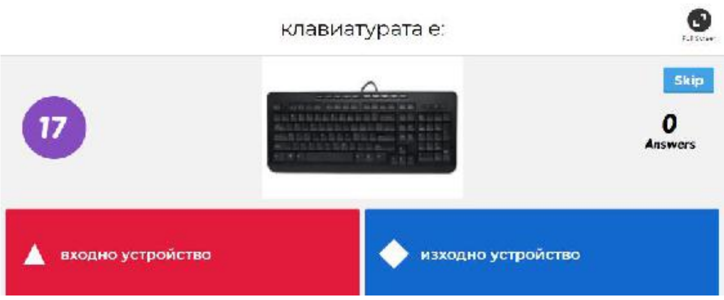
Атака на идеи. Това е вариант на мозъчна атака. Основна цел е активното включване на всички учащи в учебния процес, чрез което се постига учене от (опита на) другите. Методът позволява в рамките на едно занятие да бъдат анализирани и обобщени голям брой въпроси.

Снежна топка. Това е метод/техника за събиране на информация „чрез натрупване“.

Светофар. Метод за разпределяне (групиране) на информация (ролевите игри) – предварително зададена или предложена от учащите или от преподавателя. Водещо е насочването на вниманието на учащите към конкретни действия, обусловени от трите цвята на светофара. Методът може да се използва и за оценяване на степента на вярност на представена от учащ/учащи информация (учащи оценяват учащи). В този случай при верен отговор останалите учащи вдигат зелен картон, при грешен – червен и при непълен отговор – жълт. По този начин учащите формират умения за оценяване, което води до засилване на усещането за обективизъм при оценяването.

Друга възможност за прилагане на игрови модел в обучението, е използването образователни онлайн приложения. Портали като learningapps.org, kahoot.com и др., могат да бъдат в помощ на учителя, при създаване на помощни интерактивни задачи или тестове, подкрепящи учебния процес.

Например чрез Kahoot.it може да се създаде интерактивна тест-игра по информационни технологии за пети клас (Фиг.3). Тест - игра се нарича, защото докато учениците играят и се съревновават в състезанието (кой пръв ще даде верен отговор) им се проверяват знанията. Целта на задачата е учениците да проверят своите знания, като използват компютър, телефон или таблет. При всяко стартиране на задачата, въпросите се разбъркват, така че да се избегне наизустяване реда на отговорите.

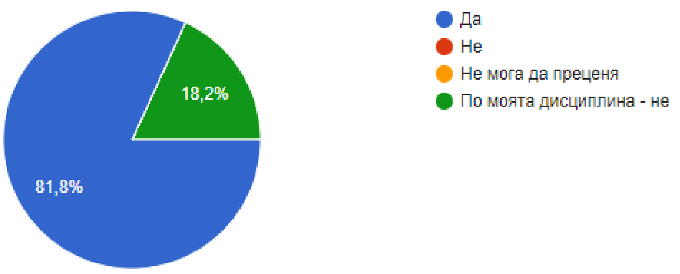


Фиг. 3 Въпрос с отговори, които се виждат на проектора.

При този начин на изпитване, децата не се притесняват от своите различия, чувстват се уверени в своите знания.

За целите на изследването сред преподаватели от СУ „Никола Йонков Вапцаров“, гр. Суворово. Целта на анкетирането е да се проучи мненията и нагласата на педагогическия персонал на училището, до каква степен оценяват необходимостта от използването на съвременни активни методи в процеса на обучение. Анкетирани бяха училите, преподаващи от 5 до 12 клас, с педагогочески стаж между 4 и 32 години.

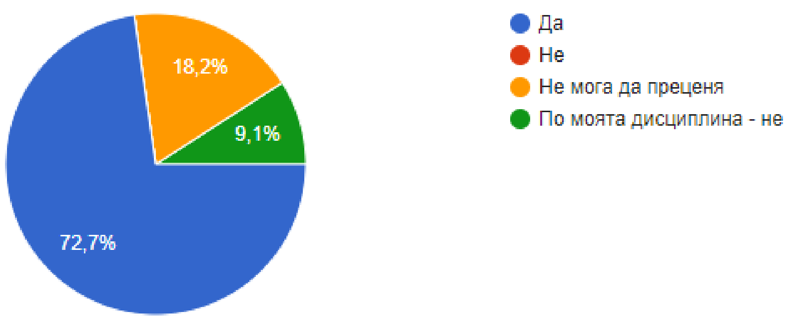
На въпрос (Фиг.4) оценяващ използването на онлайн инструменти за представяне на знанията и тяхната оценка. По-голямата част от анкетираните (Фиг.4) са на мнение, че онлайн инструментите биха могли да се използват, както по време на часовете, така и при самоподготвката на учениците.



Фиг. 4 Полезно ли ще е за вашата практика, използването на онлайн инструмент при представяне и оценка на знанията?

На въпроса „Полезно ли ще е за вашата практика, използването на информационните технологии?“. Повечето от преподавателите са отговорили положително. В своята практика, всички учители използват информационни технологии, които да им помогнат в педагогическата и административна дейност (за училищна документация, за търсене на информация свързана с подготовката за час, за кореспонденция).

На Фиг. 5 са представени резултатите, свързани с мнението на учителите, дали биха използвали интерактивни технологии при работата си с деца-билингви. Една част от тях не могат на този етап да преценят, как биха могли да използват такива технологии в своята практика, докато повече от преподаватели са на мнения, че биха ги използвали.



Фиг. 5 Като използвате вашият опит, бихте ли използвали интерактивни технологии при учениците-билингви?

На останалите въпроси свързани с използването на ИКТ и активни методи в обучението, по-голямата част от учителите посочват, че използват: електронни учебници, презентации, многомишкови технологии, видеоуроци, онлайн образователни платформи, интерактивна дъска, електронни ресурси и др.

Целта на обучението е формиране на математическа и технологична култура у учениците билингви, усвояване на знания, умения, активно отношение към извършената дейност и поставяне основите на творческо мислене. Като резултат от учебния процес следва учениците да знаят и да умеят да използват инструментариума на информационните технологии, да разбират усвоеното учебно съдържание, да прилагат наученото в конкретни условия, да анализират житейски ситуации, да възприемат активно положително отношение към технологичните знания и умения за живота в личен план.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Георгиева, М., Обучението по български език в условия на билингвизъм. Шумен: УИ „Епископ Константин Преславски“, 2004.

[2] Сотирова, М., „Особености на приложението на ИКТ при обучение в мултикултурна среда“, Информационни технологии в обучението I – IV клас, Университетско издателство “Неофит Рилски”, Благоевград, 2010, с. 188-195

[3] Танкова, Р., Дидактически технологии за начално овладяване на българския език от ученици с доминиращ майчин ромски и турски език. Пловдив: Университетско издателство „Паисий Хилендарски“, 2014.

[4] URL: http://danielaubenova.com/blog/адаптация-и-неадаптираност, достъпно на 10.01.2018г.

[5] URL: http://danielaubenova.com/blog/билингвизмът-в-детска-възраст/, достъпно на 20.06.2018

[6] URL: https://www.mon.bg/upload/6543/strategia_efektivno_ikt_2014_2020.pdf

[7] Стратегия за образователна интеграция на децата и учениците от етническите малцинства, МОМН, 2004, https://www.mon.bg/upload/6599/strategy_integration.pdf

Красимир Валентинов Харизанов
Шуменски университет „Еп. К. Преславски“, гр. Шумен
E-mail: kr.harizanov@shu.bg

Стоянка Радева Георгиева
СУ „Никола Йонков Вапцаров“, гр. Суворово
E-mail: stoyankakamburova@gmail.com

ENIGMATIC RESOURCES FOR DEVELOPING MATHEMATICAL THINKING AMONG STUDENTS IN THE LOWER SECONDARY EDUCATION

LILYANA M. KARAKASHEVA, ANTOANETA K. KOVACHEVA

ABSTRACT*: This article considers some non-traditional approaches, such as labyrinths, mathematical crossword puzzles, etc. which are applicable to the mathematics education process for students from fifth to seventh grade*

KEYWORDS: *mathematical crosswords, labyrinths, mathematics training*

ЕНИГМАТИЧНИ СРЕДСТВА ЗА РАЗВИТИЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКОТО МИСЛЕНЕ У УЧЕНИЦИТЕ В ПРОГИМНАЗИАЛНИЯ ЕТАП НА ОБРАЗОВАНИЕ*

ЛИЛЯНА М. КАРАКАШЕВА, АНТОАНЕТА К. КОВАЧЕВА

АБСТРАКТ: *В тази статия се разглеждат някои нетрадиционни средства, като лабиринти, математически кръстословици и др., които са приложими в процеса на обучение по математика за учениците от пети до седми клас.*

КЛЮЧОВИ ДУМИ*: математически кръстословици, лабиринти, обучение по математика*

Увод

Основните обекти, които се изучават в училищния курс по математика са системата понятия, заедно с техните определения, аксиомите, теоремите, доказателствата, алгоритмите, задачите и техните решения. Голяма част от тези обекти са съждения, предикати или са обекти, които са свързани с тези логически понятия. За правилното разбиране и пълно осмисляне на всяко понятие в методиката са известни основно два начина:

-повтаряне на определението с цел неговото запомняне, обсъждане на допуснати грешки от учениците и илюстрирането им с подходящи контра примери, добре обмислени и подготвени от учителя;

- решаване на задачи, в които непосредствено се прилага изученото ново понятие.

Наред с основните начини за правилното разбиране, осмисляне и осъзнаване на всяко понятие могат да се приложат и някои нестандартни способи за усъвършенстване на тези дейности.

Ще разгледаме някои възможности за приложение на енигматични средства-анаграми, образователни кръстословици, лабиринти и др., в които са включени термини

* Тази статия се реализира с подкрепата на фонд за научни изследвания при ШУ „Епископ Константин Преславски", РД-08-164/09.02.2018г.

на основни понятия и твърдения от учебната програма по математика в прогимназиалния етап на образование.

Изложение

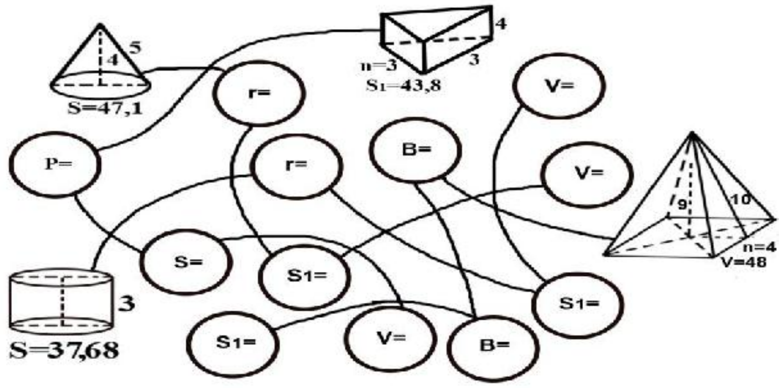
В урока по математика могат да се приложат и нестандартни средства, някои от които са:

1. **лабиринт** (от гръцки labirinthos- объркан). Лабиринтът на древните гърци е съоръжение със сложен план. При прилагане за първи път на този похват е уместно да запознаем учениците с легендата за нишката на Ариадна.

Разглеждаме например следната задача: По данните за телата да се намерят търсените техни елементи и да се попълнят в кръгчетата (фиг. 1).

2. **анаграма** (от френски anagramme- преобразуване, разместване) и по конкретно когато пренаредим буквите в една дума и получим нова дума.

Например: куб-бук, сметало- самолет, разлика- закрила, теореми- метеори и др.



Фиг. 1 Лабиринт

3. **логогриф** (от гръцки logogriphos, logos-слово и griphos- мрежа). Това е вид словесна игра, в която чрез прегрупиране на букви от думи се получават нови думи.

Например: математика- тематика- тема; вектор- век- тор и др.

4. **кръстословица** (от английски crossword, cross-кръст, пресичане и word-слово, дума). Няма ограничения за формата на кръстословицата.

Прегледът на съществуващите учебници, сборници и книги за учителя по математика показва, че броят на математическите кръстословици в тях е много малък. Анализът на учебната практика сочи, че се подценяват възможностите на тези средства главно поради неподготвеността на обучаващите адекватно да ги прилагат в реална учебна среда. За това ние ще споделим своя опит в тази посока.

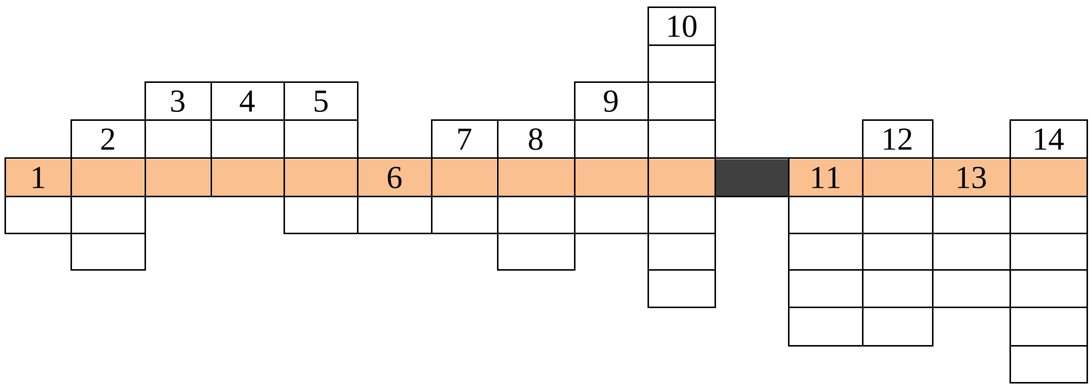
Наблюденията ни показват, че прилагането на математически кръстословици в процеса на обучение обикновено се свързва с положителни емоции. А учебен процес, който е съпътстван с емоционални приятни преживявания, поражда интерес [3]. Целта ни е чрез умело прилагане на подобни средства да поддържаме интереса на учениците до степен, в който този интерес се свежда до потребност [5].

Чрез математическите кръстословици по нестандартен начин могат да се припомнят и актуализират знания и затова те могат да се прилагат в урок за нови знания. Ще покажем пример, в който след попълването на кръстословицата се получава термина на новото понятие, което предстои да бъде усвоено в конкретния урок. Това е математическа кръстословица, която може да се приложи в първия урок на раздела „Обикновени дроби" в пети клас за въвеждане на понятието обикновена дроб. Тя включва само придобити знания от предходния раздел „Делимост" (фиг. 2).

При правилно попълване на кръстословицата водоравно ще получите наименованието на число, което изразява част от едно цяло.

Отвесно:

1) Число, което е кратно на две и повече числа;
2) Сума от числа;
3) Най-малкото нечетно просто число;
4) Най-малкото число от общите кратни на две и повече числа;
5) Число, което е нито просто, нито съставно;
6) Число, което е делител на две и повече числа;
7) Единственото четно просто число;
8) Едноцифрено число, което се дели и на 2 и на 3;
9) НОД(7;5);
10) Число, което има повече от два делителя;
11) НОК(2;5);
12) Число, което има точно два делителя;
13) НОК(2;8);
14) Сборът от трите страни в триъгълник



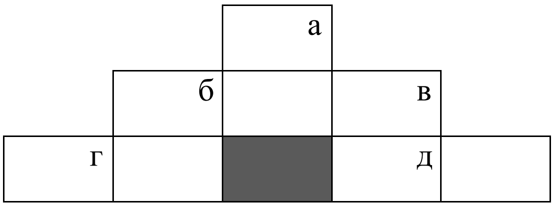
Фиг. 2 Математическа кръстословица

В урока за упражнение, за да актуализираме изучените понятия, техните определения и свойства също можем да прибегнем до кръстословиците. Например върху темата „Упражнение за намиране на НОД и НОК" в пети клас в раздела „Делимост" може да се използва следната числова кръстословица (фиг. 3) [4].

Отвесно: **а)** най-голямото просто двуцифрено число;
б) най-малкото просто двуцифрено число;
в) НОК(6;9).

Водоравно: а) НОД(18;27);
б) число, кратно на 3, което не се променя като го прочетем отдясно на ляво;

г) НОК(3;7)
д) число кратно на 6.

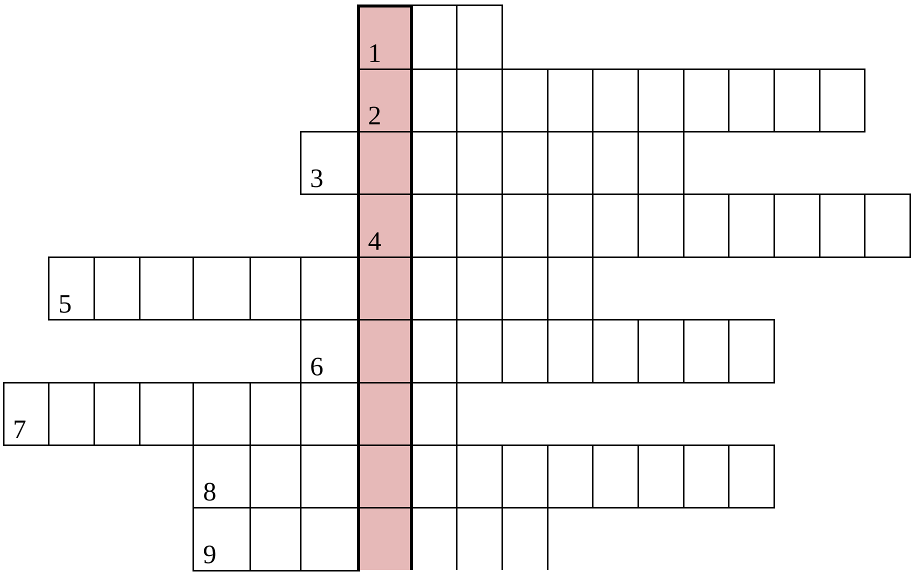


Фиг. 3 Числова кръстословица

Следващият пример е авторска кръстословица, която може да се използва в обобщителен урок в седми клас „Дотук знаем” от раздела „Еднакви триъгълници” (фиг. 4).

При правилно решаване на кръстословицата отвесно ще получите наименованието на равнинна фигура с три страни.

1) Броят на ъглите в триъгълник;
2) Триъгълник, който има два равни ъгъла;
3) Отсечка, която съединява връх в триъгълник и е перпендикулярна на срещуположната страна;
4) Отсечка, която разполовява ъгъл в триъгълник и пресича срещуположната страна.
5) Триъгълник с ъгъл равен на 90°;
6) Триъгълник, който има ъгъл по-голям от правия;
7) Права, която разделя отсечка на две равни части под прав ъгъл;
8) Триъгълник, на който всички ъгли са равни;
9) Отсечка, която съединява връх на триъгълник със средата на срещуположната страна;
10) Страните, които образуват правия ъгъл в правоъгълен триъгълник.



Фиг. 4 Математическа кръстословица

В урок за проверка и оценка на знанията „Лица на геометрични фигури” в пети клас може да се приложи следната числова кръстословица (фиг. 5) [4]:

Водоравно:

б) лицето на трапец (в кв. см) с основи 0,4 м и 140 мм и височина 37 см;

г) лицето на успоредник (в кв. см), едната страна на който е с 4 см по-голяма от другата, обиколката му е 648 см, а височината към по-голямата страна е 102 см;

е) лицето (в кв. см) на ромб с обиколка 52 см, височината на който е с 5 см по-малка от страната му;

ж) лицето (в кв. см) на успоредник с основа 0,41 м и височина към нея 200 мм;

з) стойността на израза $20.3^3.13^2$;

к) числото, което се записва с толкова цифри, колкото букви съдържа наименованието му.

Отвесно:

а) число, което е с едно по-голямо от лицето на квадрат с обиколка 56 см;

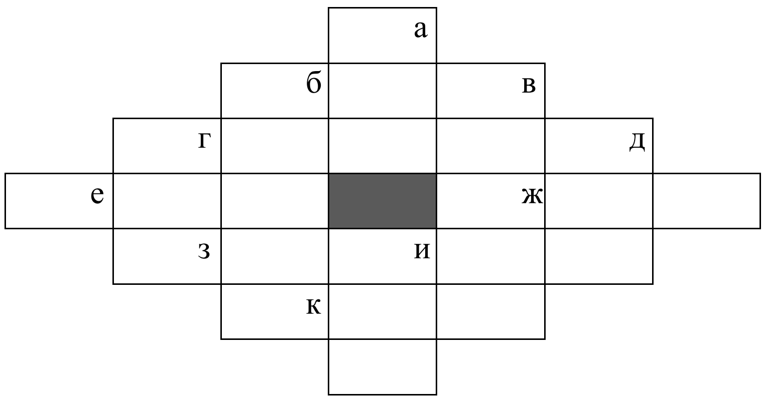
б) число, кратно на 3;

в) броят на минутите в $1547\frac{2}{3}$ часа;

г) число, което е с едно по-голямо от обиколката на ромб с височина25 см и лице 675 кв. см;

д) число, което при деление със 7, 9 и 13 дава остатък 1;

и) лицето на правоъгълен равнобедрен триъгълник с катет 20 см.



Фиг. 5 Числова кръстословица

При прилагането на математическите кръстословици в обучението е необходимо да се съблюдават следните изисквания:

- Да предизвикват интерес към математическите знания и да са подчинени на целите на урока;
- Да подпомагат постигането на целите на урока;

- Мястото на прилагането им не е точно определено в структурата на урока и е по преценка на учителя. Могат да се включват както в хода на урока, така и в края, когато се почувства понижение на умствената активност на учениците;
- Да са съобразени с възрастовите особености на учащите се;
- Да съдействат за фокусиране на вниманието, за развитие на качества като досетливост, съобразителност, бързина на мисленето.

Усъвършенстването на математическият език на учениците се свързва както с решаване на математически кръстословици, така и с изработване на картотека на понятията, теоремите и аксиомите, изработване на речник за произхода и значението на термините, приложение на различни устни математически игри, като анаграми, логогрифи и др.

За по-напредналите ученици е целесъобразно да се постави за самостоятелна работа да съставят математически кръстословици. Може да се организират и екипи (хомогенни или хетерогенни) от по двама-трима ученика, на които да се възложи задача да съставят кръстословица върху определен раздел от учебното съдържание. Необходимо е обаче тези дейности да са добре организирани и ръководени от учителя. За целта учителят трябва да конкретизира изискванията за оценяване на готовия продукт т.е. да има ясни и точни критерии. Някои от тях могат да бъдат:

- за правилно и точно подбрани ключови думи от изучаваното учебно съдържание;
- за вярно и точно формулиране на използваните термини;
- за използване обем (брой) термини при съставяне на кръстословицата;
- за оригинално оформяне на кръстословицата;
- за предаване на кръстословицата в определения срок.

За всеки критерий се поставя определен брой точки. След определения срок самостоятелните работи се събират, проверяват и оценяват. Те са част от ученическото портфолио.

Най-добрите съставени кръстословици от учениците могат да намерят място на табло в кабинета по математика и да бъдат публикувани в рубрика „От ученици за ученици“ в свитък.

Заключение

Резултатите от проведеното наблюдение при прилагането на посочените енигматични средства за усвояване на учебното съдържание по математика ни дават основание да направим следните изводи:

- по-голям брой ученици се включват активно в процеса на решаване на математически кръстословици и лабиринти;
- създава се възможност за изява, за развитие на личността на обучавания, за постигане на увереност в собствените възможности за справяне с неизбежните трудности;
- формират се умения у учениците за подбиране, групиране, анализиране на определена математическа информация, както и за композиране на математически кръстословици.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Ганчев, Ив. Основни учебни дейности в урока по математика, ИФ „Модул-96“, С., 1999

[2] Иванова,В., Янков,Т. Още нещо за интерактивната математика в прогимназиален етап, Сборник „ Математика и математическо образование”, С., 2018, стр. 232-238

[3] Каракашева, Л. За положителните емоции в обучението по математика, Годишник на ШУ „Епископ Константин Преславски” том XX D, ПФ, Ш., 2016, стр. 522-526

[4] Петкова, Здр., Николова, Цв. 555 задачи по математика за 5. клас, Изд. „Знание и сила”, Вн., 2001.

[5] Karakasheva, L. Creating a learning environment which triggers positive emotions in the process of teaching mathematics at school, Proceedings of University of Ruse-2017, Education- Research and Innovations, R., 2017, p. 19-23

Лиляна Каракашева
катедра „Алгебра и геометрия”
ФМИ, ШУ „Епископ Константин Преславски”
E-mail: l.karakasheva@shu.bg

Антоанета Ковачева
катедра „Алгебра и геометрия”
ФМИ, ШУ „Епископ Константин Преславски”
E-mail: a.kovacheva@bazovo.com

TEACHING PROGRAMMING THROUGH GAMES DEVELOPMENT

TEODOSI, K. TEODOSIEV, GALINA Y. TEODOSIEVA

ABSTRACT: *This article suggests developing computer games in the educational process as a possible method to increase students' motivation. Moreover, reviewing language and algorithmic elements can be done though interesting exercises – games. This method illustrates that games can be developed with only starting programming knowledge. Students assume the role of game developers as they practice a real profession. Using a few handpicked game exercises there can be a discussion of how games can be developed while learning main structures and elements of programming. Developing computer games during the educational process may spark interest in new topics and stimulate learning.*

KEYWORDS: *teaching, programming, game, development.*

ПРЕПОДАВАНЕ НА ПРОГРАМИРАНЕ ЧРЕЗ РАЗРАБОТКА НА ИГРИ*

ТЕОДОСИ К. ТЕОДОСИЕВ, ГАЛИНА Й. ТЕОДОСИЕВА

АБСТРАКТ: *Статията предлага разработването на игри в процеса на обучение като възможен подход за повишаване на мотивацията на обучаемите. Става въпрос за разглеждане на езиковите и алгоритмичните елементи чрез интересни задачи – игри. Показва се, че може да се програмират игри, дори с начални програмистки знания. Обучаемите поемат ролята на разработчици на игри, което им дава възможност да практикуват професионална дейност много приличаща на реална. На базата на няколко подбрани игрови задачи се коментира как паралелно с разглеждането на основни програмни конструкции и структури може да се разработват игри. Разработването на компютърни игри по време на обучението може да събуди интерес към нови теми да стимулира запомнянето на вече изученото.*

1 Въведение

В последните години се засили тенденцията към включване на игри в обучението не само на малките ученици, но и на тези в гимназиална степен. Това е обусловено от една страна от липсата на мотивация за учене у младите хора, а от друга от огромния интерес у младежите към компютърните игри. Съвсем наскоро Световната здравна организация призна за болест пристрастяването към компютърните и видео игри. Очевидно е примамливо този интерес да се използва за мотивиране на ученето и повишаване на резултатите от обучението. Съществува и една опасност, чрез игрите да внушим на обучаемите, че ученето е игра, което съвсем не е така. Обучението изисква целенасочени усилия и неминуемо е свързано и с трудности.

2 Игрите в обучението по програмиране

Курсовете по програмиране са необходими за обучаемите, защото са базови за разработката на приложения в бъдещата им дейност. В общи линии целта на тези курсове

* Настоящата статия е частично финансирана по проект № РД-08-122/6.02.2018

е да позволят на обучаемите да овладеят знанията: представяне на задачата в набор от точно определени стъпки, а след това да ги кодират на език за програмиране.

Обучението по програмиране се сблъсква със сериозни проблеми. Много обучаеми се отказват от програмирането, защото не могат да разберат понятията, които им се преподават в курса „Увод в програмирането". Сред причините за този проблем са: ниска мотивация, отсъствие на способност за абстрактно мислене, ниско ниво на математически знания [4].

Тези трудности водят при много обучаеми до затруднения при усвояването на материята и до загуба на интерес към програмирането. От друга страна разработването на игри е възможност за обучаемите да изпълнят фактическа професионална дейност и следователно може да служи за стимул за тяхната мотивация и активност.

Изборът на задачи в уводния курс по програмиране е тежка задача. От една страна задачата да е лека за разбиране, за да се концентрира вниманието на обучаемите върху алгоритмичните и езикови елементи. От друга страна е добре, задачата да е интересна, за да повиши мотивацията им. Тук обаче се появяват проблемите с непознаването на предметната област и съставяне на модела. В този смисъл игрите изглеждат добър избор. Игрите са познати на обучаемите (много от тях са ги играли на хартия).

Алтернатива за генериране на успех в процеса на обучение се явява използването на игри, тъй като те могат да прибавят в образователния контекст преимущества като мотивация, наслада, интердисциплинарност и развитие на когнитивните способности. Могат да се използват два начина за включване на компютърните игри в обучението.

Първият е известен като „сериозни игри", в които обучаемите участват като играчи, т.е. те трябва да решават задачата колективно или индивидуално. Vahldick et al. [5] представя в своя обзорна статия 40 игри, свързани с предмета и компетенциите във уводния курс по програмиране. Идеята се заключава в това да се предоставят на обучаемите игри, т.е обучаемите се срещат с предварително поставени проблеми и трябва да ги преодолеят.

Има и друг начин за използване на игрите. Като се използва интереса към игрите, разработването на игри се включва по време на обучението. В този случай се разглеждат езиковите и алгоритмични елементи чрез интересни задачи. Показва се, че може да се програмират игри, дори с начални програмистки знания. При втория начин обучаемите поемат ролята на разработчици на игри, което им дава възможност да практикуват професионална дейност, много приличаща на реална.

3 Набор от игри

Решаването на задачи е задължителен елемент на съдържанието на обучението по програмиране. Решавайки задачи, обучаемите овладяват умения и навици за използването на теоретичните знания в практиката. Нещо повече, именно способността за решаване на задачи, т.е. извършване на определени действия с информацията от условието на задачата, означава овладяване на знания.

Разработката на игри през уводния курс по програмиране предоставя на обучаемите опит за всекидневна работа, която ще практикуват през кариерата си. Позитивните и проактивни отношения по време на разработката на играта са очевидни особено по отношение на търсене на нови знания.

На базата на няколко подбрани игрови задачи се коментира как паралелно с разглеждането на основни програмни конструкции и структури може да се разработват игри. По тази причина препоръките за избор на задачите са показани и коментирани като част от всяка от основните теми в курса по "Увод в програмирането".

3.1 Скаларни типове данни. Оператор за присвояване. Операции за отношение. Условни оператори.

Може да се започне с игра подходяща за малки ученици.

✓ *"Калкулатор"[1]. Проста обучаваща програма, използваща "вродените" способности на компютъра – сметачните. Програмата генерира две псевдослучайни числа от зададен интервал и избира аритметична операция(+,-*), след което дава възможност за отговор на ученика и проверява отговора.*

Това е обучение или упражнение в игрова обстановка. Целта е придобиване на някакъв полезен навик или знание.

```
#include<iostream>
#include<stdlib.h>
using namespace std;
int main()
{ int arg1,arg2,ans,rez,k;char op;
 system("chcp 1251");
 srand(time(0));arg1=rand()%1001;//1
 arg2=rand()%1001;
 k=rand()%3;
 op= (0==k)? '+' : (1==k)? '-' : '*';
 cout<<"Компютърът генерира две цели числа в интервала [0, 1000] "<<endl;
 cout<<"и аритметична операция + - * "<<endl;
 cout<<arg1<<op<<arg2<<"="<<endl;
 cout<<"Въведи резултата: ";cin>>ans;
 rez= ('+'==op)? arg1+arg2 : ('-'==op)? arg1-arg2 : arg1*arg2;//2
 if (ans==rez) cout<<"Вярно!"<<endl;
 else cout<<"Грешка!Верният резултат е  "<<rez<<endl;
 return 0;
}
```

Тук може да се запознаят обучаемите с функциите за генериране на псевдослучайно число. Тъй като функцията rand() генерира число от 0 до rand_max, трябва да се покаже как да се преформатира в цяло число в [a,b] (//1). Тази задача дава възможност и за упражняване на семантиката на условната операция (//2). При разглеждане на управляващите конструкции най-важният момент е правилното конструиране на условията (булеви изрази) и правилното им използване.

В езиците, които използват един символ (=) за присвояване и друг (==) за сравнение (например C/C++), когато сравненията могат да бъдат направени в рамките на структурите за контрол, предимство е мястото на константи или изрази да е вляво на всяко сравнение. Изразите с ляво сравнение **('+'==op)** и **('-'==op)** биха предизвикали грешка при компилация при пропускане на едното =, което е обичаен пропуск при начинаещите. Това няма да се случи при дясното (стандартно) сравнение.

След въвеждане на операциите с цели и реални числа и разклоняване на програми, може да се реши следната задача.

✓ *"Календар". Тази програма по въведена дата за произволно зададена година (1592..4902). извежда деня от седмицата. За всяка дата от указания диапазон номера на деня от седмицата (0 – за неделя, 6 – за събота) е равен на остатъка при целочислено деление на 7 на израза [2,6.m-0,2]+d+y+[y/4]+[c/4]-2.c, където d – номер на деня в месеца; m – номер на месеца в годината (1 – март, януари и февруари – 11 и 12, но от* *предходната година); с – числото образувано от първите две цифри на годината; y – числото, образувано от последните две цифри на годината.*

```
#include<iostream>
#include<stdlib.h>
using namespace std;
int main()
{ int d,m,g,r,t,x,y;
 system("chcp 1251");
 cout<<"Въведи дата:";cin>>d;
 cout<<"Въведи месец:";cin>>m;
 cout<<"Въведи година:";cin>>g;
 if (m>2){t=2.6*(m-2)-0.2;x=g/100,y=g%100;} //3
 else  {t=2.6*(m+10)-0.2; x=(g-1)/100,y=(g-1)%100;}
 r=t+d+y+y/4+x/4-2*x;
 switch (r%7)
  {case 0: cout<<"неделя"<<endl; break;
   case 1: cout<<"понеделник"<<endl; break;
   case 2: cout<<"вторник"<<endl; break;
   case 3: cout<<"сряда"<<endl; break;
   case 4: cout<<"четвъртък"<<endl; break;
   case 5: cout<<"петък"<<endl; break;
   case 6: cout<<"събота"<<endl;
  }
 return 0;
}
```

Тук се дава наготово модела на задачата, за да се концентрира вниманието върху алгоритмичните и езикови елементи.

Тази програма дава възможност да се обърне вниманието на обучаемите върху съответствието на типовете на променливата и израза в оператора за присвояване (//3). Освен това се упражняват операциите с цели числа (целочислено деление и остатък при целочислено деление). Задачата предоставя възможност да се коментират особеностите на аритметичната операция деление. Използва се и операторът за избор на вариант.

3.2 Оператори за цикъл.

Реализацията на циклични процеси е фундаментална тема в програмирането. Генезисът на тези процеси е многократното изчисление.

Всеки цикличен процес има четири основни елемента: начална инициализация, условие за край, подготовка за следващо повторение, тяло на цикъла.

Един от трудните моменти при съставяне на циклични програми – това е началната инициализация на параметрите на цикъла (//4). Тези стойности изискват внимателен подбор, защото неправилните начални стойности могат да доведат до грешни резултати в алгоритмично правилна програма. Освен това чрез този подбор трябва да се гарантира завършването на цикъла.

За усвояване на цикличните процеси може да се използва проста логическа игра.

✓ *" Познай числото". Това е развиваща логическа игра. Същността на играта е в това компютърът да познае числото намислено от потребителя с най-малко опити.* Оптимално познаване на числото е троично търсене.

```
#include <iostream>
#include<stdlib.h>
using namespace std;
int main()
{ int a,b,br=0,k,flag=1, ans;
  system("chcp 1251");
```

```
        srand(time(0)); int n=1+rand()%120;//генериране на число
        cout<<"Намисли си число от 1 до "<<n<<endl;
        cout<<"Ще го позная с не повече от 7 опита, като ми отговаряш само на въпрса:"<<endl;
       cout<<"Това ли е числото. С един от трите отговора: да; нагоре ако е по-малко; надолу, ако е по-голямо "<<endl;
       a=1;b=n;//4
       while (br<=7&&flag)
       {
        k=(a+b)/2;br++;
        cout<<"Това ли е числото: "<<k<<endl;
        cout<<"-1- надолу,0- да, 1- нагоре: ";
        cin>>ans;
        if (0==ans) flag=0;
        else if (1==ans) a=k; else b=k;
       }
       if (flag==0) cout<<"Познах от "<<br <<" опита"<<endl;
       else cout<<"Нещо шмекеруваш. Не си отговорил коректно на някой въпрос "<<endl;
     }
```

Пропускането на инициализация на променлива може да доведе до невярна работа на програмата (неопределена стойност на резултата). За да се избегне такава грешка, трябва явно да се инициализират всички използвани променливи.

В тази тема е подходящо да се реализира (може и като самостоятелна работа) вариант на задачата "Календар", в който вместо да се въвежда дата се въвеждат само месец и година и се извежда календар за целия месец от годината.

3.3 Съставни типове данни. Масив. Низове.

✓ *"Крави и бикове". Това е също логическа игра. Тя е по-сложна от предходната и изисква, както всички логически игри, не само скорост на мисленето, но и дълбочина и точност, умения да се анализират варианти. Програмата генерира четирицифрено число (без повтарящи се цифри). Играчът трябва да прави на всяка стъпка предположение за генерираното число. Програмата му казва колко са познатите цифри (крави) и колко от тях са на точната позиция (бикове). Поставената задача трябва да се реши с минимален брой опити.*

След запознаване със структурата “масив”, може да се обърне внимание върху основни операции с масиви. Разработването на тази игра може да се реализира в следните стъпки:

a) Търсене на елемент в масив (**//4**).

b) Използвайки горната конструкция, се организира цикъл за генериране на четирицифрено число без повтарящи се цифри.

c) Цикъл за проверка има ли еднакви елементи в два масива.

d) Накрая този цикъл се поставя в цикъл отброяващ опитите за познаване на числото.

```
#include<iostream>
#include<string.h>
#include<stdlib.h>
using namespace std;
int main()
{char a[4],b[4]; int i,j,n; bool s;
 system("chcp 1251");
 cout<<"Намислих си четирицифрено число без повтаряши се цифри"<<endl;
 cout<<"Опитай да го познаеш от седем пъти!"<<endl;
```

```
  //цикъл за генериране на четирицифрени числа без повтарящи се цифри
  do
  {
    srand(time(0));n=1234+rand()%8644;//генериране на число
    s=true;
    i=3;//проверка има ли повтарящи се цифри
    while(i>=0 && s)
    {
     a[i]=char(n % 10+'0');
     j=3;
     while (a[j]!=a[i])//4
          j--;
     s=(i==j);
     n=n / 10;
     i--;
     }
   }
  while (!s);
  int q=0,//опити
      cow,//крави
      bull;//бикове
  do
  {
   cout<<"въведи число:"<<endl;
    q++;cow=0,bull=0;
   //цикъл за проверка има ли еднакви елементи в два масива
    for (i=0; i<4;i++)
    {
      cin>>b[i];
      for (n=0;n<4;n++)
      if (a[n]==b[i])
      if (i==n) bull++; else cow++;
     }
   cout<<bull<<" бика и   "<<cow<<" крави   остават ти още "<<7-q << "
опита" <<endl;
  }
  while(bull!=4 &&  q<7);
  if (4==bull) cout<<"Браво! Позна. "<<endl;
  cout<<"Не позна. Числото е: ";
  for (i=0;i<4;i++)
   cout<<a[i];
}
```

3.4 Функции. Общи положения – дефиниране, обръщение, параметри.

Най-важната идея на структурното програмиране е идеята за модулност. Това означава, че цялата програма трябва да бъде разделена на модули с един вход и един изход. Освен това трябва да се разгледат принципите на проектиране („top-down”) и поетапна детайлизация.

В основата на алгоритъма за решение на задачата лежи математическият модел. Не трябва да се пести време от разработката и изучаване на свойствата на този модел. Това ще помогне за по-доброто разбиране на задачата и намиране на най-естествения път за нейното решение. Избира се внимателно алгоритъмът за решение. Използва се представяне на данните, съответстващо на задачата.

✓ *"Бесенка"[2]. Задава се дума само с броя на буквите. Целта е да се разпознае думата с определен брой опити. Това е пример за обучаващи и трениращи игри.*

При разглеждане на темите за символни масиви и функции е удачно да се реши тази задача на следните стъпки:

a) Функция за проверка има ли даден символ в низ;

b) Проверка въвеждана ли е буквата с използване на горната функция;

c) Проверка има ли я въведената буква и на каква позиция с използване на горната функция;

d) Цикъл за броене на опити.

```
#include<iostream>
#include<string.h>
#include<stdlib.h>
using namespace std;
const   int   n=14;   string   dumi[n]={"компютър","монитор","мишка",
"клавиатура","процесор","флашка","принтер","информатика","програмиране",
"програма","интернет","оператор","функция","променлива"};
//Функция за проверка има ли даден символ в низ
bool imali(int k,char a,char d[])
{
 for (int i=0;i<k;i++)
 if (d[i]==a)return true;
 return false;
 }
int main()
{int   i,j,k,l;bool b,b1;
 char   ch,  bukvi[30]={'0'}; string s;
 system("chcp 1251");
 srand(time(0));k=rand()%n;
 s=dumi[k];
 k=s.size();
 for (i=0;i<k;i++)
  cout<<"_ ";
 cout<<endl;
 j=5;//опити
 l=k;  int t=0;
 //цикъл за броене на опити
 do
  {b1=false;
   b=false;
   cout<<"Въведи буква на кирилица:";
   cin>>ch;
  //проверка въвеждана ли е буквата
   if (imali(t,ch, bukvi)) { j--;b=true; }
   else {bukvi[t]=ch;t++;}
   // проверка има ли я въведената буква и на каква позиция
    for (i=0;i<k;i++)
     { if (ch==s[i]&& !b) {l--;b1=true;}
       if (imali(t,s[i],bukvi))cout<<s[i]<<' ';
       else cout<<"_ ";
      }
   cout<<endl;
   if (!b1) j--;
   }
 while(l>0 && j>0);
 if (0==l) cout<<"Браво! Позна!"<<endl;
 else {
       cout<<"Съжалявам! Обесен си!"<<endl;
       cout<<" Думата е:"<<s<<endl;
```

```
        }
    return 0;
   }
```

4 Заключение.

Разбира се тук не става дума за абсолютизиране на такъв подход, а само като допълнително поддържане на интереса на обучаемите към програмирането. В много от тези игрови задачи могат сериозно да се обогатят и математическите знания и умения на обучаемите [3].

Проблемите в уводния курс по програмиране се дължат основно на фактори като липса на знания за предметната област и неспособност за абстрактно мислене. И все пак когато има мотивация, интерес и проактивност по отношение на някакво съдържание част от бариерите могат да се преодолеят.

Идеята, която се предлага е особено подходяща за началното обучение по програмиране. Може да се използва интереса на обучаемите към компютърните игри като по този начин се виждат практически приложения на програмирането.

Разработването на компютърни игри по време на обучението може да мотивира обучаемите, да събуди интерес към нови теми, да облекчи обучението и да стимулира запомнянето на вече изученото.

Игрите могат да се задават като курсова работа(проект) и тогава обучаемите работят самостоятелно, решавайки сами поставените проблеми. Това повдига самочувствието им и ги подготвя за реалната дейност. Тези задачи се решават след усвояване на необходимия инструментариум.

Игрите не трябва да създават заблудата у обучаемите, че ученето е игра. Затова е добре да им се покаже и другата страна, не е лесно да се създаде интересна игра. В обучението по програмиране има добра възможност за това.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Гнездилова Г. А. и др., Персональный компьютер в играх и задачах,Москва,(1988).

[2] Клейман Г.М., Школы будущего: компьтеры в процессе обучения, "Радио и связь",Москва, (1987).

[3] Теодосиева, Г., Теодосиев Т., Игровите задачи в началното обучение по програмиране, Сборник доклади на 31-вата Пролетна конференция на СМБ, София, (2002), 285-289 http://www.math.bas.bg/smb/2001_2003_PK/2002/pdf/285-289.pdf

[4] Piteira, M., Costa, C., Learning computer programming. In Proceedings of the 2013 International Conference on Information Systems and Design of Communication - ISDOC ’13, Lisboa, Portugal: ACM Press, (2013), 5–80, doi:10.1145/2503859.2503871.

[5] Vahldick, A., Mendes, A. J., Marcelino, M. J. A review of games designed to improve introductory computer programming competencies, 2014 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE) Proceedings, Madrid, (2014), 1-7.

Теодоси Кирилов Теодосиев
Шуменски университет „ Епископ К.Преславски“, ФМИ
E-mail: t.teodosiev@shu.bg

Галина Йорданова Теодосиева
ППМГ „Нанчо Попович”
E-mail: pmg.g.teodosieva@abv.bg

MENTORING CRITICAL 3-DIMENSIONAL THINKING OF TALENTED 7-GRADE STUDENTS

YORDAN N. IVANOV, STANISLAV T. STEFANOV

ABSTRACT: *The article discusses several properties of human thinking. An opportunity to mentor critical 3-dimensional thinking is proposed and realized.*

KEYWORDS: *critical thinking; mentoring; education; 7-grade*

ВЪЗПИТАВАНЕ НА КРИТИЧНО ПРОСТРАНСТВЕНО МИСЛЕНЕ НА ИЗЯВЕНИ УЧЕНИЦИ ОТ 7. КЛАС

ЙОРДАН Н. ИВАНОВ, СТАНИСЛАВ Т. СТЕФАНОВ

АБСТРАКТ: *В статията са разгледани няколко свойства на мисленето. Реализирана е една възможност за възпитаване на критично пространствено мислене.*

КЛЮЧОВИ ДУМИ: *критично мислене; възпитание;7.клас.*

1 Въведение

Мисленето е най-сложният познавателен процес на човешката психика. В мисловните актове се осъществява преход между незнанието в знание, на неточното знание в точно, на неявното знание в явно. Мисленето изразява най-високата степен на активност на личността по отношение на света. За изходно начало на мислене считаме етапа на преобразуване на проблемна ситуация в задача. Тогава си даваме отчет, кое е неизвестното и кои са условията за намирането му.Това поражда и редица въпроси, за изясняването на които ще бъде насочен мисловният процес с неговите етапи: задача, осъзнаване на въпроса, формулиране на хипотеза, проверка на предположението, решение или опровергаване на мислено действие или ново решение.

Според съвременните психолози съществуват различни форми на мислене, а именно: **дивергентно мислене, конвергентно мислене, критично мислене, дедуктивно мислене, индуктивно мислене, аналитично мислене, интегративно мислене, творческо мислене, интерогативно мислене, системно мислене, продуктивно мислене, репродуктивно мислене, интуитивно мислене, реалистично мислене, аутистично мислене, магическо мислене и религиозно мислене.**

В процеса на обучение се развива предимно аналитичното, прогностичното, критичното и творческото мислене на обучаваните. **Аналитичното мислене** е свързано с умение безпогрешно да се откриват и идентифицират: понятия, факти, закономерности, идеи, правила и т. н.; проблемите и причините за възникването им; решенията им и последствията от това [17]. Уменията за **прогностично мислене** предполагат да се строят ефективни и устойчиви модели на идеи и концепции и да се намират информирани решения [7]. **Творческото мислене** пък се свързва с анализа и създаването, докато **критичното мислене** включва и самооценката [16].

Критичното мислене се приема за интелектуално организиран процес на: описание и разглеждане на твърдения или концепции; прилагане, анализ, синтез и оценка на информацията, събрана чрез наблюдения, опит или размисъл, даващи ясна насока за формулиране на изводи и предприемане на действия [8]. То е процес, водещ до разсъждение върху изказванията и подлагането под въпрос на посочените доказателства и направените оценки на фактите. Описва се като „мислене за мисленето“ [9].

Съгласно изследване извършено по метода Делфи на експертни оценки на специалисти от различни области на знанието се дава описание на критичното мислене, като съчетание от когнитивни и афективни качества на човешкия ум, включващо познавателни способности свързани с: 1) интерпретация; 2) анализ; 3) оценка; 4) заключение; 5) обяснение; 6) саморегулиране [10]. Разбира се уменията за критично мислене могат да бъдат групирани и по друг начин, в този смисъл тази класификация не е задължително да бъде единствено вярна, но тук трябва да спомена, че допълнително диференциране на съставните умения и отличаването им едно от друго не е нито необходимо, нито полезно. На практика способността за използване на едно ключово умение или под-умение може да предполага наличието и на другите. Тази систематизация е заложена в когнитивната таксономия на целите на Б. Блум [6].

Ефективното възпитаване в критично мислене зависи от установяването на добро взаимодействие в класната стая, най-често е резултат от осъзната съвместна дейност на учителя и учениците, което насърчава приемането на различни перспективи. Констатирано е, че учебните цели, стратегии и оценяване, които изискват по-високи нива на когнитивно мислене, оказват положително въздействие върху процеса на учене при учениците [15].

В съвременното общество се търсят и високо ценят специалистите, които създават **нови продукти**, което налага необходимостта от създаване, изследване и прилагане на нови методи и форми на възпитаване, с цел развитие на общи и специални математически умения у талантливите ученици. Необходимо е обучаваният да бъде включен в учебно – познавателния процес чрез дейностите решаване и съставяне на математически задачи, втората от които рядко се използва дори и в извънкласното обучение на състезатели по математика.

По думите на руския психолог В. Н. Пушкин : „Психическият процес, с помощта на който се решава проблем, избира се нова стратегия, открива се нещо ново, се нарича **продуктивно мислене** или, използвайки идващия още от Архимед термин, **евристична дейност**…. Науката, която изследва закономерностите в евристичната, творческата дейност на човека, може да бъде наречена **евристика**”[4]. За първи път този термин се среща в работите на Архимед, Сократ, Пап Александрийски и др.. Именно на тях дължим офорянето на евристиката като отделна наука, имаща за основна задача да изследва и развива **творческия процес.** Евристиката е наука, която: изучава как се правят открития; установява нови истини; решава задачи с помощта на знания, догадки и съобразителност; изучава продуктивната умствена дейност, водеща до оригинални резултати. Целта на евристиката е да изследва правилата и методите, които водят до откритията и изобретенията. За да има открития и изобретения обаче, трябва обучаваният да се научи да мисли продуктивно, да мисли творчески.

Проблемът за продуктивното и творческото мислене се разглежда и от трима най-изявени представители на **Гещалт-психологията**: Макс Вертхаймер, Волфганг Кьолер и Курт Кофка. Главният обяснителен принцип на тази психология, която е основа и на едноименната теорията за обучението, е гещалтът (от нем. „**гещалт**" означава образ, структура или цялостна форма) и цялостното обединение на отделните елементи при разглеждането на всеки протичащ в ума на човек психически процес. В този аспект гещалт-психолозите считат, че в процеса на учене участват не само връзки между отделни стимули и реакции на психиката, но и цялата психофизиологическа структура на човек, стимулирана от действието на вътрешни фактори, които наричат - явлението **„инсайт“**. Инсайтът е механизъм за творческо мислене с интуитивна природа, с помощта на който, запълването на липсващата част на гещалта, или построяването на нов гещалт, протичат спонтанно, т.е. инсайт може да е: хрумване, досещане, озарение, внезапно нахлуване на идея или установяване на връзка. Веднъж усвоен гещалта (чрез инсайт), практиката и репетициите само го усъвършенстват [19]. Според гещалтпсихолозите и продуктивното и творческото мислене е решаване на проблем чрез инсайт, което на езика на математиката означава, че решаването на една задача е творчество, в което съществена роля се пада на досещането, имащо изцяло случаен характер.

Традиционните методи за обучение по математика в училище често пречат на обучаваните да видят нещата по нов, различен начин, което често прави достигането до отговора на задача трудно и дори невъзможно. Възгледите на гещалт-психолозите биха могли да намерят приложение в обучението по математика, като към практическата подготовка се прибави повече творческа работа, която да развие креативните способности на учениците.

Креативно и нестандартно мислене у обучаваните можем да възпитаваме и като извършваме изследователска дейност в учебния процес. **Изследователският подход** в обучението създава възможности за: размисъл на абстрактно ниво; преживяване на чувството да се работи по колективна задача; размишления относно необходимите променящи се роли, за да могат учениците да споделят своя опит; Той е конструктивистки метод, който: използва учебния експеримент и го комбинира с групова работа, търсене и анализ на информация, формулиране на изследователски въпрос; позволява на учениците да контролират собственото си учене. Изследователският подход (в първия си аспект) е предизвикателен за учащите и ги мотивира да търсят връзките между фактите и закономерностите, като в същото време развиват ключови умения (като **критичност на мисленето**).

Този процес обикновено липсва в класните стаи, защото учителят в повечето случаи съобщава на учениците какво трябва да наблюдават, дава им въпросите наготово, демонстрира методите, които трябва да използват. Учениците е необходимо просто да следват указанията на своя учител.

Приложението на изследователският подход в обучението по математика и най-вече в часовете по **геометрия** би благоприятствало установяването на: нови леми, теореми или други твърдения; нови забележителни елементи, фигури или тела; важни техни свойства или пък свойства на известни вече такива; други значими за развитието на науката твърдения. Най-важното обаче е, че този подход допринася за развиване на продуктивното и **откривателско мислене** на подрастващите.

Историческата роля на геометрията за развитието на математиката като цяло ѝ определя водещо място в математическото образование. Учениците, които определят геометрията като един от любимите си предмети, обаче са твърде малко. Обяснението за това се крие в: прекалената консервативност на методиката на преподаване по геометрия; специфичните особености на **евклидовата геометрия** и трудността в усвояването на съответните геометрични твърдения и теореми; придобитите знания по геометрия, почти не носят пряка практическа полза.

Това е така, но трябва да се има впредвид, че косвените ползи от геометрията са огромни. Геометричните знания са важен фактор за развитие на: логическо мислене, наблюдателност, **пространствени представи**, **пространствено мислене и въображение**, естетическо възпитание на учениците.

Вторият аспект на изследователския подход се състои в изучаването на опита и резултатите от обучението на вече доказали се таланти в областта на математиката и изследването на възможностите за преноса на този опит в съвременното училище.

На този аспект на изследователския подход не се спираме в тази статия.

Способността да се мисли в образи, да се възприема видимия свят достатъчно точно и да се възпроизвежда (или видоизменя) мислено или на хартия, наречена накратко **пространствена интелигентност**, се определя като една от седемте различни вида интелигентности [11]. Развитието на **пространственото въображение** на учениците е една от основните цели на обучението по геометрия и изучаването на **стереометрия** е съществено за реализирането ѝ.

Въображението в психологията се дели на: пасивно, активно или творческо. За нас представлява интерес **творческото въображение** – съзнателното създаване на нови образи, които са необходими в дейността. Като механизъм за балансиране на психиката, въображението има и немаловажната функция за стимулиране на човешкото творчество.

Установено е, че у учениците, изучаващи стереометрия трябва да се изградят и да се развият и **визуализационни умения** за да могат да се справят с мислените изображения в конкретна стереометрична задача. Приема се, че **визуализацията** е основен фактор в обучението по стереометрия [13].

Визуализацията според Gutiérrez и Jaime, а също и според Presmeg е интеграция на четири основни елемента: 1) мислени образи; 2) външни представяния; 3) процеси на визуализация; 4) визуализационни способности [14] [18].

1) Под мислен образ следва да се разбира когнитивно представяне на математическо понятие посредством пространствени елементи.

2) Построяването на различни тримерни обекти, наблюдаването им от различни гледни точки, както и последващо повтаряне на този процес помага на учениците да получат външни представяния - да сътворят „картина в очите на ума си"

3) Процесът на визуализация според Presmeg е умствено или физическо действие, в което участват мислени образи.

4) Визуализационните способности включват: мислена ротация, възприемане на различни пространствени положения и отношения, визуално разграничаване [5].

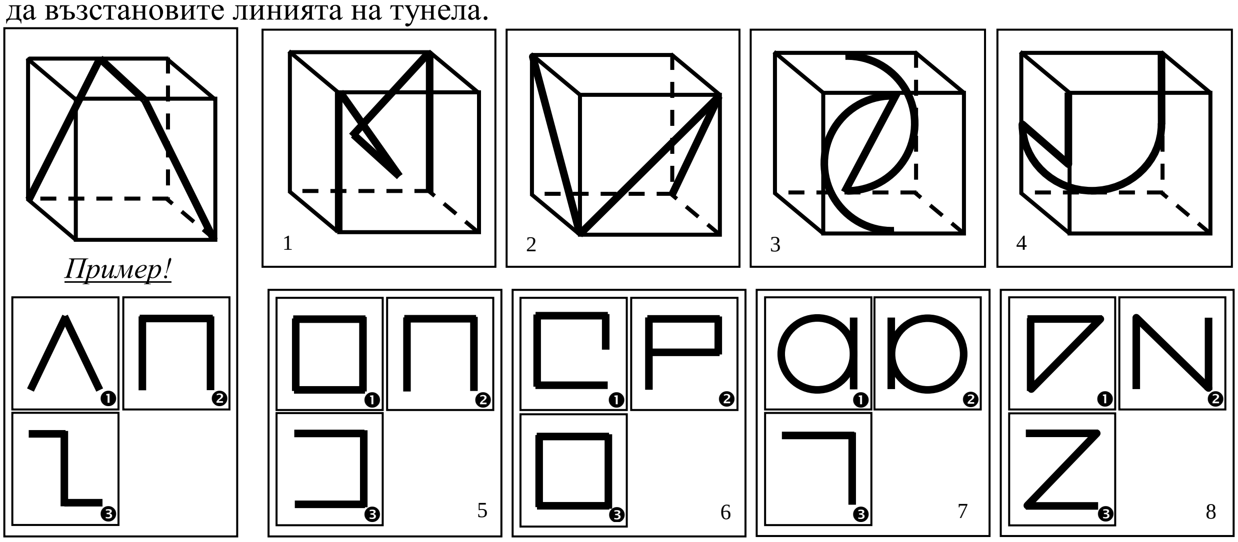
Всеки може да визуализира. Спомените, представите, мечтите са вид визуализация. Но **творческата визуализация** се различава от мечтата! Визуализация е създаването на мисловен образ на реалността, която искаме да се реализира и с помощта на **въображението** да „видим" тази реалност.

Преди петнадесетина години на Математическия конкурс „Академик Кирил Попов", който се провежда всяка година през месец май в гр. Шумен беше дадена за осми клас следната задача (черт. 1):

ЗАДАЧА ЗА СТЪКЛОЯДА

Стъклоядът издълбава по повърхността или във вътрешността на прозрачен стъклен куб непрекъснат черен тунел, който няма двойни места и не се самопресича. В трите квадрата вляво (погледнете в долната част на примера!) е начертано какво се вижда (проекциите), когато погледнем куба отпред (номер 1), отстрани отдясно (номер 2) и отгоре (номер 3).

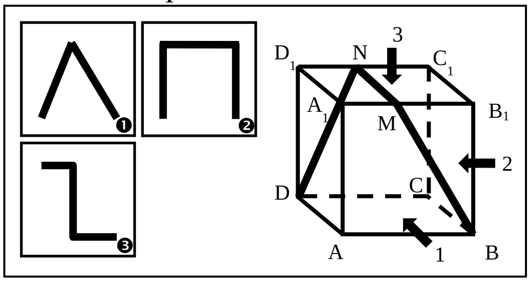
В първите 4 случая вие трябва да начертаете съответните проекции, а в останалите 4 - да възстановите линията на тунела.



Черт.1

Тази задача се оказа много трудна и беше решена от двама-трима ученика.Още тогава се замислихме за причините за това явление. През 2016 г. отново дадохме тази задача на този конкурс, но за 7.клас, като добавихме в условието следното изречение: Само в случаите 7 и 8 пътят на стъклояда е начертан като кубът е гледан отпред (номер 1), отстрани отляво (номер 2) и отгоре (номер 3).

Отново 2-3 ученика решиха почти всички случаи на задачата, но никой не можа да реши случая 7. Отново се убедихме, че възпитаването на критично мислене изисква специално внимание и добре организирана съвместна дейност на учителя и учениците. През 2017 г. проведохме 3 занятия с изявени ученици от 7. клас. Целта на първото занятие беше да наблегнем предимно върху развиване на пространственото въображение. От прозрачна пластмаса беше изработен куб и на него начертан с черна линия път на „стъклояда“ (черт. 2). Поставяме изследователската задача:



Черт. 2

Стъклояд издълбава по повърхността или във вътрешността на прозрачен стъклен куб непрекъснат черен тунел, който няма двойни места и не се самопресича.

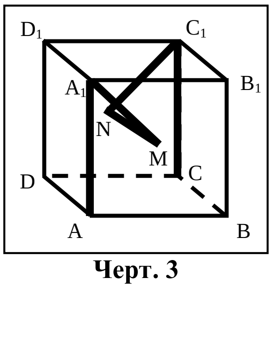
Вярно ли е, че в трите квадрата вляво е начертано какво се вижда (проекциите), когато погледнем куба отпред (номер 1), отстрани отдясно (номер 2) и отгоре (номер 3) (черт. 2)?

След като участниците погледнат през изработения модел (някои ученици нямат нужда от това), те се убеждават, че чертежите са верни.

Поставяме темата на първото занятие:

<u>ТЕМА 1</u>: Ученици, в това учебно занятие ви предлагаме за решаване задачи, свързани с „мислено“ проектиране на различни по вид геометрични фигури свързани с куба, върху негови стени.

Задача 1.1. От вас се иска да начертаете какво се вижда (съответните проекции), като погледнете куба: а) отпред (номер 1);



Черт. 3

б) отстрани отдясно (номер 2); в) отгоре (номер 3). Точките M и N са центрове съответно на стените ABB_1A_1 и DCC_1D_1 (черт. 3).

Ще опишем схематично въпросите и примерните отговори на организираната беседа:

Учител: За да си представим какво се вижда, гледайки куба отпред, върху кои стени ще проектираме „мислено“ получената фигура?

Ученик: В този пример трябва „мислено“ да проектираме начупената линия върху стената ABB_1A_1.

Учител: За да си представим търсеният образ, нека първо „мислено“ да разделим начупената линия на отделни отсечки - AA_1, A_1M, MN, NC_1 и C_1C. Ще проектираме „мислено“ и последователно всяка една от тези отсечки, като анализираме полученият резултат. На кои отсечки ви е трудно да си представите образите?

Ученик: На отсечките: MN, NC_1 и C_1C, защото се вижда, че образите на другите две отсечки - AA_1 и A_1M са самите тези отсечки.

Учител: Нека проектираме „мислено“ отсечката NM върху стената ABB_1A_1. Вярно ли е, че нейната проекция ще е точката M?

Ученик: Ако мислено спуснем перпендикуляр от т. N към стената ABB_1A_1, петата на този перпендикуляр върху стената ще съвпадне с точката M.

Учител: Сега следва да направим „мислена“ проекция на отсечката NC_1 върху стената ABB_1A_1. Кои точки ще са проекциите на нейните краища?

Ученик: Това ще са точките M и B_1.

Учител: Последното означава, че MB_1 ще е проекцията на NC_1 върху разглежданата стена. Остана да намерим и проекцията на отсечката (околния ръб) C_1C. Проектираме „мислено“ нейните краища върху стената ABB_1A_1. Какъв ще е резултатът от проектирането?

Ученик: Точката C_1 ще се изобрази в B_1, а т.C - в B.

Учител: Тогава можем да заключим, че търсеният образ на отсечката (околния ръб) C_1C ще е отсечката (околния ръб) B_1B.

Учител: При обсъждане на решенията по-нататък, вместо „мислено“ проектиране за краткост ще използваме само думата проектиране. Кои **свойства на проектирането** използвахме досега?

Ученик: Използвахме, че **проекцията на точка върху равнина е точка, проекцията на отсечка перпендикулярна на равнина върху самата равнина е също точка, а проекцията на отсечка успоредна на равнина върху самата равнина е отсечка равна на проектираната**.

Учител: Как намирахме проекцията на отсечка?

Ученик: Като проектираме краищата й.

Учител: Сега да проектираме пътя на стъклояда върху стената BCC_1B_1. За целта отново ще го разделим на съставящите го отсечки и ще проектираме всяка една от тях поотделно. Съобразяваме, че образа на C_1C ще е самата отсечка, а образа на A_1A ще е отсечката B_1B. Как ще изглежда обаче образа на отсечката A_1M ?

Ученик: Проектираме нейните краища върху стената BCC_1B_1. Точка A_1 ще се изобрази в B_1, а проекцията на т. M ще е средата на отсечката B_1B.

Учител: Това означава, че образа на A_1M ще е отсечка, която е част от B_1B. Кое е проекция на отсечките AA_1 и A_1M, ако погледнем куба отстрани отдясно?

Ученик: Двете проекции ще съвпаднат в отсечката B_1B.

Учител: А как ще изглежда образът на отсечката C_1N?

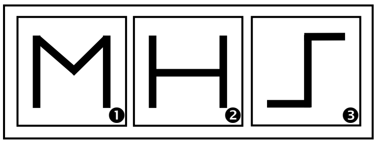
Ученик: Образът на C_1N ще е отсечка, част от C_1C, на която единия край ще съвпада с т. C_1, а другия ще е средата на отсечката C_1C.

Учител: Това означава, че гледайки куба отстрани отдясно вместо отсечките CC_1 и C_1N ще виждаме отсечката C_1C. Остана да съобразим кой ще е образът на отсечката MN!

Ученик: Той ще е отсечка равна на ръба на куба, с краища средите на отсечките BB_1 и CC_1.

Учител: Сега да проектираме пътя на стъклояда върху горната основа $A_1B_1C_1D_1$. Искам да чуя вашите разсъждения, проектирайки последователно всяка от съставящите пътя отсечки, използвайки решените до сега два случая.

Ученик: Проекциите на отсечките AA_1 и CC_1 ще са точки - съответно точките A_1 и C_1. Проекцията на отсечката MN ще е отсечка равна на ръба на куба, с краища средите на отсечките A_1B_1 и C_1D_1. Проекцията на отсечката A_1M ще е отсечка, с краища A_1 и средата на отсечката A_1B_1. Проекцията на отсечката C_1N ще е отсечка, с краища т. C_1 и средата на отсечката C_1D_1.

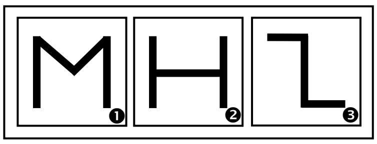


Черт. 4

Учител: Задачата вече е решена, можем да нанесем намерените проекции (черт. 4).

След като вече сме решили и анализирали първата задача от темата разглеждаме следваща - ***Задача 1.2***, която е със сходно, но леко променено условие, т.е. от учениците се иска за същия куб от ***Задача 1.1*** (черт. 3) да начертаят какво ще се вижда, гледайки го обаче: а) отзад (номер 1); б) отстрани отляво (номер 2); в) отдолу (номер 3).

Решаваме така поставена задачата по същия начин, както й първата, разсъждавайки върху решението, анализирайки го и формулирайки изводи, където е възможно (черт. 5).



Черт. 5

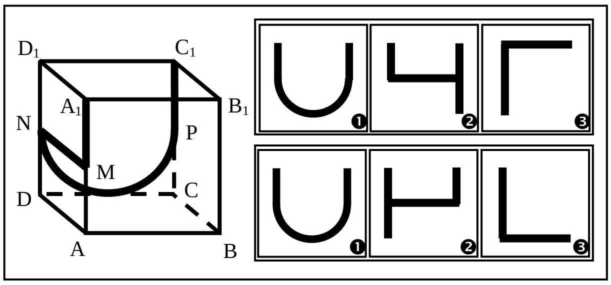
Сега **сравняваме** решенията на задачите, съобразявайки се с разликите на поставените в тях условия и **анализираме** получените в двете задачи **крайни резултати**.

Учител: Погледнете получените в квадрати с номер 1 (черт. 4, и черт. 5) проекции за двете задачи! **Откривате ли нещо общо** между тях**?**

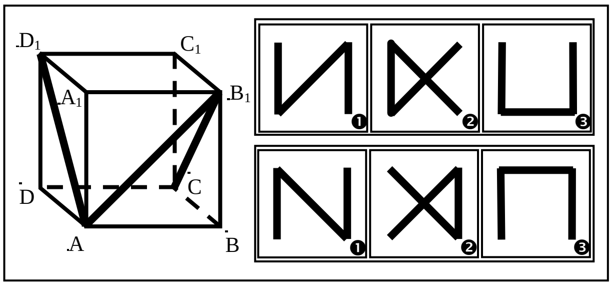
Ученик: Съответните проекции са огледални образи една на друга!

Учител: Да! Но не винаги е така! Обмислете този въпрос при решаването на задачите за домашна работа.

За домашна работа предлагаме две двойки задачи аналогични на разгледаните, без техните решения! Виж чертежи 6 и 7.

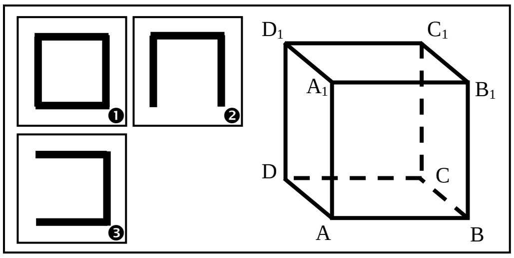


Черт. 6



Черт. 7

ТЕМА 2 : Във второто учебно занятие предлагаме за решаване задачи, свързани с въстановяване образа на различни по вид геометрични фигури, по предварително зададени техни проекции в (перпендикулярно или успоредно) разположени една спрямо друга равнини.



Черт. 8

Задача 2.1. От вас се иска да възстановите пътя на стъклояда. В квадратите вляво е начертано какво е видяно, при условие, че кубът е гледан: отпред (номер 1), отстрани отдясно (номер 2) и отгоре (номер 3) (черт. 8).

Прилагаме обучаваща беседа с учениците по нейното решение:

Учител: При решаването на тази задача ще използваме **метода на изключването**, който често помага за намиране на решение. За да виждаме по този начин линията на тунела, гледайки куба отпред, то откъде може да минава той?

Ученик: Пътя със сигурност не може да минава през вътрешността на куба, или през вътрешността на стените ABB_1A_1 и DCC_1D_1.

Учител: Вярно е! Нека сега съобразим, гледайки куба отстрани отдясно, то кои от допустимите до момента **вероятни пътища ще отпаднат**?

Ученик: Линията на тунела не трябва да минава по ръбовете AD и BC, или да свързва двойка ръбове на основата $ABCD$ в тази си част от пътя. Тя също не може да минава през вътрешността на стените DAA_1D_1 и BCC_1B_1.

Учител: Добре! Отпаднаха доста от първоначално-възможните пътища. Нека поставим и следващото „изискване“ към пътя - да го виждаме по указания начин, гледайки куба отгоре. Кои още от оставащите към момента вероятни негови пътища ще отпаднат?

Ученик: Линията на тунела не трябва да минава и по ръбовете A_1D_1 и AD, както и да е отсечка от вътрешността на стените $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$.

Учител: Да уточним получените до момента резултати. Кои са възможните пътища на стъклояда?

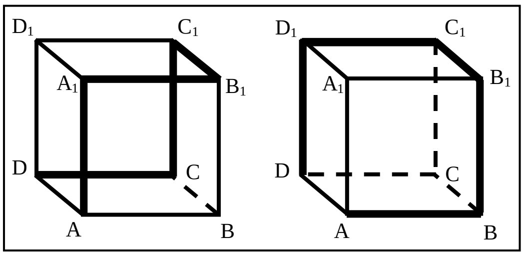
Ученик: Само по ръбовете на куба, без три от тях – AD, A_1D_1 и BC.

Учител: Нека припомним и последното условие, което трябва да изпълнява пътят на стъклояда - да няма двойни и самопресичащи се места. Кои възможни пътища за него останаха?

Ученик: Пътищата са два:

$AA_1 \to A_1B_1 \to B_1C_1 \to C_1C \to CD$ и

$AB \to BB_1 \to B_1C_1 \to C_1D_1 \to D_1D$.

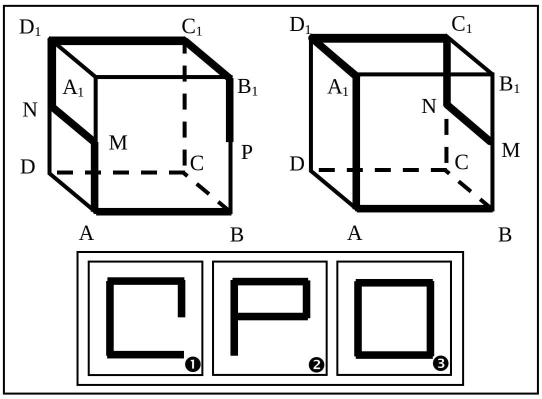


Черт. 9

Учител: Вярно е! Решенията наистина **са две**. Изобразяваме ги съответно на два куба (черт. 9).

След като вече сме решили и обсъдили първата задача от второто занятие разглеждаме следващата - ***Задача 2.2***, която е с подобна сложност, т.е. в нея отново се иска да се възстанови линията на тунел по зададени проекции на куба: отпред (номер 1), отстрани отдясно (номер 2) и отгоре (номер 3). Задачата решаваме по същия начин - използвайки метода на изключването, и използвайки елементи на логически разсъждения.

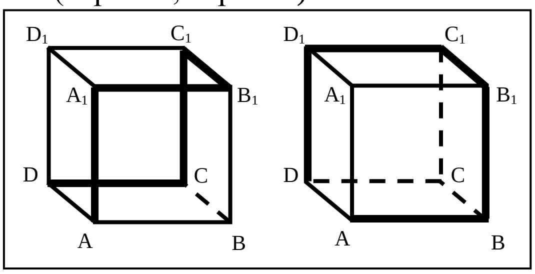
Изобразяваме получените резултати на два куба, т.к. и тази задача се оказва с две на брой възможни решения (черт. 10).



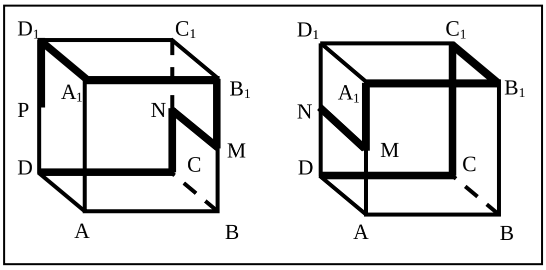
Черт. 10

На следващите предвидени в тази тема задачи: ***Задача 2.3*** и ***Задача 2.4***, условията са сходни (като на: ***Задача 2.1*** и ***Задача 2.2***), но леко променени, т.е. от учениците се иска да възстановят линия на тунел по зададени проекции на куба: отзад (номер 1), отстрани отляво (номер 2) и отдолу (номер 3). Проекциите, с които разполагат са абсолютно същите, т.е. взети са от условията на предходните две задачи.

Учениците **решават самостоятелно**, така поставени задачите със същите методи, които вече са усвоили при съвместното ни решаване на първите две задачи. Изобразяват получените резултати на четири куба, т.к. и двете задачи се оказват с по две на брой решения (черт. 11, черт. 12).



Черт. 11



Черт. 12

Сега сравняваме двойните решения на двойките задачи ((***Задача 2.1*** - ***Задача 2.3***) и (***Задача 2.2*** - ***Задача 2.4***)), съобразявайки се с разликите на поставените в тях условия и анализираме получените в двете двойки задачи крайни резултати.

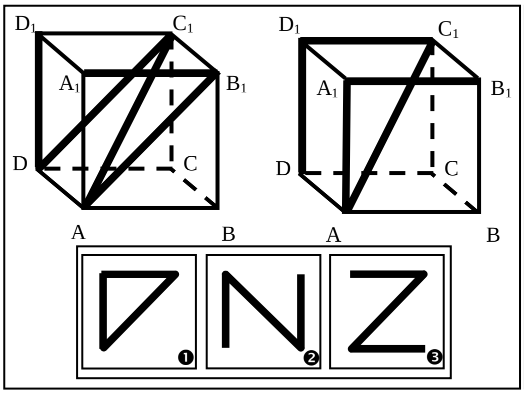
Учител: Погледнете получените фигури в двата куба от ***Задача 2.1*** (черт. 9) и съответно в двата куба от ***Задача 2.3*** (черт.11). Откривате ли нещо общо?

Ученик: Да, имаме две двойки огледални фигури.

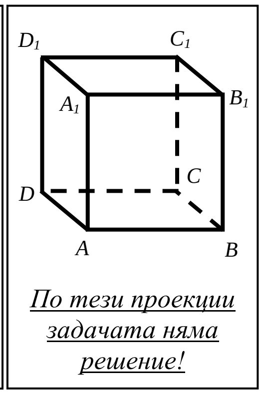
На следващите предвидени за решаване от тази тема задачи: ***Задача 2.5*** и ***Задача 2.6***, внасяме още промени в условията, в сравнение с вече решаваните дотук. От учениците се иска да възстановят линия на тунел по зададени проекции на куба: в ***Задача 2.5*** – съответно - отпред (номер 1), отстрани отляво (номер 2) и отгоре (номер 3); в ***Задача 2.6*** – съответно - отзад (номер 1), отстрани отдясно (номер 2) и отдолу (номер 3). Проекциите с които разполагат в двете задачи са напълно еднакви.

Учениците решават самостоятелно, така поставени задачите със същите методи, които вече са усвоили при решаване на предходните в тази тема задачи.

Получените от тях резултати са: ***Задача 2.5*** се оказва, че има две решения, а ***Задача 2.6*** – че няма решение (черт. 13, черт. 14)



Черт. 13



Черт. 14

Всички нужни за обучаване на учениците по тази тема материали са изложени. Правим анализ на придобитите нови знания:

Учител: Искам да формулирате направените от вас нови изводи, от решените днес задачи!

Ученик: Научихме, че различни геометрични фигури могат да имат еднакви, спрямо една и съща равнина проекции. Различни геометрични фигури могат да имат еднакви, спрямо различни равнини проекции. Еднакви геометрични фигури могат да имат еднакви, спрямо различни равнини проекции.

Учител: А колко на брой проекции са ви нужни, за да възстановите образа на разположена в пространството геометрична фигура и защо?

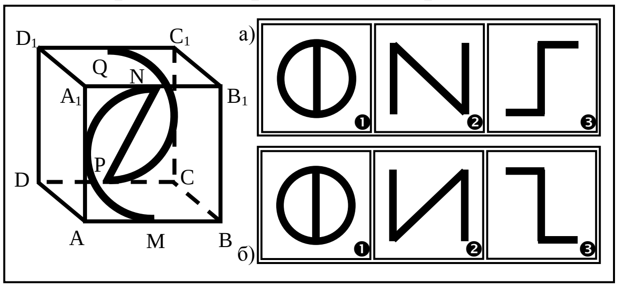
Ученик: Най-малко три, т.к. пространството в което работим е тримерно.

<u>ТЕМА 3</u> : В третото учебно занятие на учениците се предоставя възможност сами да съставят задачи, свързани с проектиране на различни по вид геометрични фигури в (перпендикулярно или успоредно) разположени една спрямо друга равнини, или пък възстановяване на образа им по предварително зададени техни проекции.

Прилагаме **съставени от учениците задачи**, с приложени към тях решения:

Задача 3.1. От вас се иска да начертаете в квадратите вдясно какво се вижда (съответните проекции), като погледнете куба: а) отпред (номер 1); б) отстрани отдясно (номер 2); в) отгоре (номер 3) (Предполага се, че: M, N, P и Q са среди на съответните ръбове, а MN и PQ са полуокръжности) (черт. 15 - а)).

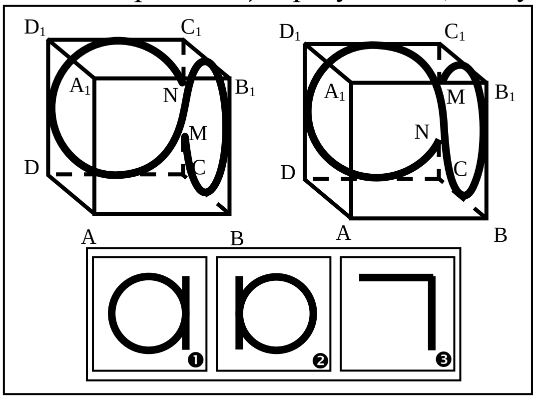
Задача 3.2. За същия куб (от задача 3.1) начертайте какво се вижда, ако го наблюдавате: а) отзад (номер 1); б) отстрани отляво (номер 2); в) отдолу (номер 3) (черт. 15 - б)).



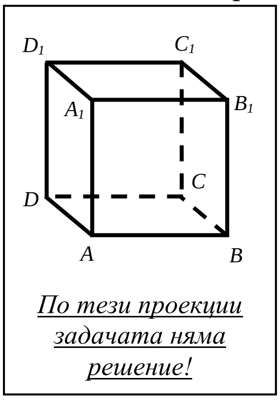
Черт. 15

Задача 3.3. От вас се иска да възстановите линията на тунела. В квадратите отдолу е начертано какво е видяно (съответните проекции), при условие, че кубът е гледан: отпред (номер 1), отстрани отляво (номер 2) и отгоре (номер 3) (черт. 16).

Задача 3.4. По същите проекции (от задача 3.3) възстановете линията на тунела, при условие, че те показват какво е видяно, при наблюдавания на куба: отзад (номер 1), отстрани отдясно (номер 2) и отдолу (номер 3) (черт. 17).



Черт. 16



Черт. 17

Задачи 3.3 и 3.4 са важни за възпитаване на критично мислене, защото ако изобразените на черт. 16 окръжности са правилни (а не някакви криви), то задачите нямат решение – ще има самопресичане на пътя! Цялото трето занятие с учениците следва да се фокусира върху критичността на математическото мислене. Интересна е беседата и по първоначалната формулировка на задачата – **ако стъклоядът наистина издълбава и по стените на куба черен тунел (а не пълзи по тях), то колко от вече разгледаните задачи имат (нямат) решение?**

Разработените от нас три занятия са полезни за изявените ученици от 7. клас, тъй като задълбочават получените от тях стереометрични знания в 6. клас и възпитават критично пространствено мислене.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Георгиева, М., Гроздев, С..Морфодинамиката за развитието на ноосферния интелект, София (2015).

[2] Иванов,Й.Н. Развитие продуктивного мышления учащихся при обучении геометрии в 6-7 классах (на материале болгарской основной школы), Дисертация, КГПИ, Киев (1990), 246.

[3] Ненков, В.Н. Формиране на изследователски умения по математика с помощта на информационни технологии, Дисертация, София (2010).

[4] Пушкин, В. Н. Евристика – наука о творческом мышлении. Издателство политической литературы, Москва (1967), 4-5.

[5] Bishop, A. J. Spatial abilities and mathematics education: A review, *Educational Studies in Mathematics*, 11(3) (1980), 257-269.

[6] Bloom, B. S. (Ed.), Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., &Krathwohl, D. R. Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook 1: Cognitive domain. New York: David McKay (1956).

[7] Chaffee, J. Thinking Critically, Cengage Learning, B, (2012).

[8] Cottrell, S. Critical Thinking Skills. Developing Effective Analysis and Argument, N. Y. (2005).

[9] Dunn, Dana S., Halonen, Jane S., Smith, Randolph A. Teaching Critical Thinking in Psychology. Blackwell Publishing Ltd, P., (2008).

[10] Facione, P. A. Critical Thinking: A Statement of Expert Consensus for Purposes of Educational Assessment and Instruction. California Academic Press, 217 LaCruzAve, Millbrae (1990).

[11] Gardner, H. Frames of Mind, New York: Basic Books, (1993).

[12] Grozdev, S. For High Achievments in Mathematics. The Bulgarian Experience (Theory and Practice). Sofia: ADE (2007).

[13] Gutiérrez, A. Vizualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework, Puig, L. and Guttierez, A. (eds.); *Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, Valencia: Universidad de Valencia (1996), 1, 3-19.

[14] Gutiérrez, A., and Jaime, A. On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20, (1998), 27-46.

[15] Judge, B., P. Jones, E. McCreery, Critical Thinking Skills for Education Students, (2009).

[16] Luk, A. H. Mishlenie I tvorchestva. M. (1976).

[17] Mikeshena, L. A. Evoluciya. Mishlenie. Soznanie. (Kognitivni podhodi epistemologiya), M. (2000).

[18] Presmeg, N. Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3) (1986), 42-46.

[19] www.referati.org/produkivno-i-tvorchesko-mislene-geshtalt-psihologiq-/51373/ref/p2./ (последно влизане на дата 06. 08. 2018г.).

Йордан Николов Иванов
ШУ „Е. К. Преславски“, хон.доцент
E-mail:yordan_5@abv.bg

Станислав Тошков Стефанов
ТУ - София, асистент
E-mail: stanislav.toshkov@abv.bg

MATTEX 2018,
CONFERENCE PROCEEDING, v. 1, pp. 285 - 289

TASK-SOLVING COMPETENCE AND APPLICATION OF TASK-SOLVING METHODS

TODOR L. TRAYCHEV

ABSTRACT: *The article examines the task-solving competence and the formation of skills for application of task-solving methods. A didactic technology is defined to form task-solving competence and application of task-solving methods.*

KEYWORDS: *competence, skills, method, tasks.*

КОМПЕТЕНТНОСТ ЗА РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧИ И ПРИЛОЖЕНИЕ НА МЕТОДИ ЗА РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧИ*

ТОДОР Л. ТРАЙЧЕВ

АБСТРАКТ: *В статията се разглежда компетентността за решаване на задачи и формирането на умения за приложение на методите за решаване на задачи. Определя се дидактическа технология за формиране на компетентност за решаване на задачи и приложение на методи за решаване на задачи.*

Методиката на обучението за решаване на задачи трябва да бъде изградена така, че да способства овладяването от обучаемите на общи идеи и методи, използване при решаване на задачи. Тези общи идеи и методи трябва ясно да се формулират и да се показват с достатъчна примери. Съответният метод трябва да се подчертае и да се изтъкнат средствата за реализацията му.

В методиката за решаване на задачи в обучението по Математика би следвало да разглеждаме и различаваме термините „начин“, „метод“ и „средство“:

- под **начин** за решаване на математическа задача ще разбираме алгоритъм за решаване и съответната му реализация;
- **метод** е обща евристична схема на разсъждения, основани на логическите правила за извод;
- **средство** – това е съвкупност от математически понятия, теореми, знания и умения за математически действия.[5]

Средства се формират по време на уроците за нови знания, а в уроците за упражнение и обобщение те се систематизират в конкретни дидактически системи от необходими и достатъчни условия на изучаваните математически понятия. [2].

Методиката на обучението по решаване на задачи поставя учащите се в центъра на образователния процес. Ученикът е субект, откриващ пътя за решаване на задачата и прави избор на метода за решаване и средствата за реализирането му.

За формулирането, конкретизирането и операционализирането на знанията се използват съществуващите таксономии. Едни от най-приложимите в обучението са тези на когнитивните цели на Б. Блум и таксономията на Р. Ебел. [1]

Според Б. Блум йерархията на мисловните умения изглежда Според посочената по-долу Фигура 1:

* Настоящата статия е частично финансирана по проект № РД-08-164/09.02.2018 г.

Фигура 1

Според Р.Ебел има седем етапа за формиране на знания в обучението.

За постигане на целта за овладяване на знания за методите за решаване на задачи и на умения за тяхното приложение е необходимо обучението да се реализира в следната последователност:

I ниво: Ориентировъчно-насочващо.Изучаване на решени задачи-образци.

Анализът на решените задачи на това ниво включва:

- разпознаване на реализирания метод за решаване на задачата;
- основания за избор на конкретния метод;
- средства за реализиране на метода.

II ниво: Конкретизиране на приложенията.

На това ниво се включват приложения на усвоените образци в променена ситуация:

- разпознаване на съответния образец;
- актуализиране на алгоритъма за решаване;
- реализиране на решението на конкретизацията;

III ниво: Изпълнителско, което включва:

- самостоятелно анализиране на проблемната ситуация, породена от конкретна задача;
- обоснован избор на метод за решаване на задачата;
- избор на съответните средства за реализиране на метода;
- реализиране на решението.

IV ниво: Творческо прилагане на усвоените знания.

V ниво: Формиране на устойчива компетентност за решаване на задачи.

- Разбиране на условието на задачата;
- Определяне на отправните звена за избор на метод за решаване;
- Избор на метод за решаване;
- Избор на средства за реализиране на метода;
- Реализиране на решението;
- Обобщение на решението;
- Способност за обоснова не избора на метод за решаване.

Компетентността за решаване на задачи включва в себе си знания за математическите обекти и знанията за опериране с тях, знания за методите за решаване на задачи и умения за реализацията им в конкретна проблемна или житейска ситуация.

За формиране на съответните знания и компетентности е необходимо:

• За всяко от изучаваните математически понятия да се определят неговото място в системата от математически знания и връзките му с другите понятия. Умение за подвеждане под понятие и извличане на следствия;

• Всяко от математическите понятия да се определя в математическа импликация: „Ако p то q“, т.е. да се извършва отделяне на даден математически обект, връзката между тях и използването им в решаването на задачи;

• Да се прави обоснован избор на метод за решаване на задачи – определен от основанията в условието на задачата;

• Да се реализира решение по определен метод за решаване и прецизиране на конкретната система от средства;

• Самостоятелно анализиране и осмисляне на задачата – образци, определяне на метод за решаване и средствата за неговата реализация.

При определяне на дидактическата технология за обучение във формиране на компетентността за решаване на задачи, усвояване на знания за методи за решаване на задачи и тяхното приложение, включваме следните дейности:[4]

• Определяне на нивото на обученост и обучаемост на учащите се, т.е. нивото на формираност на знания и умения в конкретния момент на обучение;

• Определяне на стратегия за постигане на резултати, която включва:
- Формиране на система от математически знания;
- Формиране на съставяне на верни умозаключения;
- Формиране на знания за методи за решаване на задачи;
- Формиране на умения за реализиране на методите за решаване на задачи чрез конкретна система от средства;
- Формиране на умения за самоусъвършенстване и самообразование.

• Определяне на система от методи на обучението, което включва избор на активни методи на обучение в конкретната им реализация в обучението;

• Определяне на система от методи на научното познание, т.е. определяне на конкретните косвени методи и реализацията им в обучението;

• Определяне на системата от дидактическите признаци, т.е. определяне на конкретната реализация и изпълнението ѝ в обучението;

• Определяне на система за контрол и оценка на знанията и уменията, която включва след всеки проведен контрол да се изготвя система от дейности за попълване на пропуските в знанията и уменията на учениците.

• Определяне на система от урочни единици, насочена към формиране на компетентност за решаване на задачи.

Обучение, в което се поставя като цел целенасоченото формиране на компетентност за решаване на задачи е необходимо и неотложно.

Това обучение води до интензивно развитие на:

- Логическото мислене;
- Затвърждаване на математическите знания;
- Формиране на умения за тяхното целенасочено приложение при решаване на задачи;
- Формиране на качества на мисленето, като: бързина, широта и услужливост на паметта;
- Реализация на дидактическите признаци: съзнателност, активност и достъпност: Обучение, при което ученикът самостоятелно реализира решение на конкретна математическа задача, т.е. обучение, в което се активират вътрешните мотиви за учене и желание за самообучение и самоусъвършенстване.

Връзките между отделните обучения, които влияят на компетентностите за решаване на задачи и приложението на методите за решаване, бихме могли да обобщим в следната структурна Схема 1:

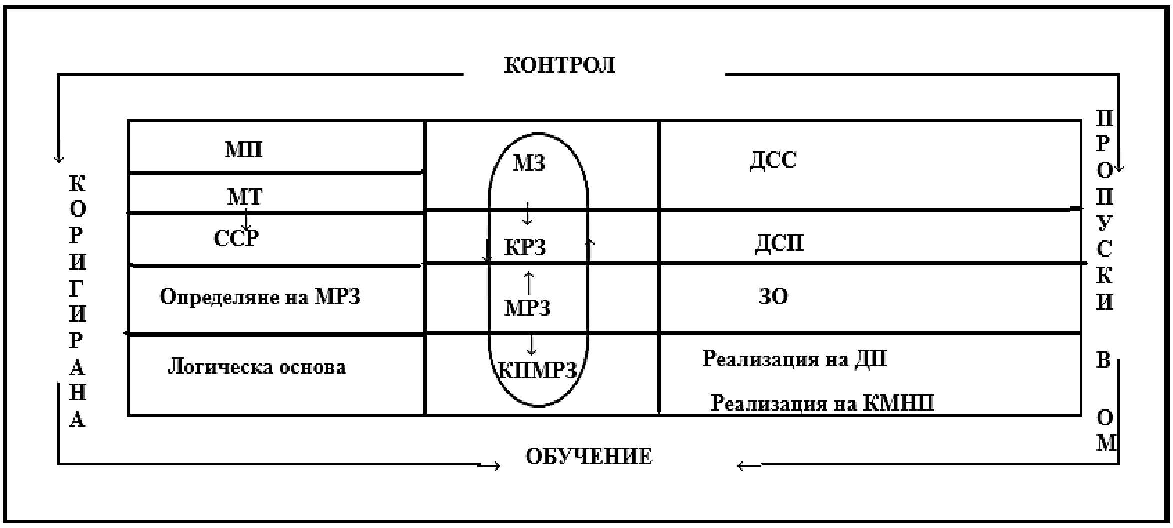


Схема 1. Означения в структурната схема: 1. МЗ – математически знания: МП – математически понятия; МТ – математически теореми; ДСС – дидактическа система от свойства; ДСП – дидактическа система от признаци; ССР – система от средства за реализиране. 2. МРЗ – методи за решаване на задачи: ЗО – задачи образци; ДП – дидактически признаци; КМНП – косвени методи на научното познание. 3. КРЗ – компетентност за решаване на задачи. 4. КПМРЗ – компетентност за приложение на методи за решаване на задачи.

Решаването на задачи в обучението по математика играе важна роля. Тя се определя от една страна от целите на обучението по математика и от усвояването на знания и умения за решаване на задачи, от друга – от необходимостта учащите се да усвоят методи за решаване на задачи от определена система от математически задачи. Обучение, което е насочено към формиране на компетентност за решаване на задачи е обучение, което осигурява постигане на тези цели. Осъществява се достъпност и активност в обучението. Ученикът се поставя в центъра на обучението и по този начин се активират вътрешните му мотиви за учене. Това обучение осигурява иновативност на учебния процес по математика.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Андреев, М., Процесът на обучението. Дидактика., София (1996).

[2] Ганчев, Ив., Основни дейности в урока по математика., София (1999).

[3] Пойя, Д., Как се решава задача., София (1976).

[4] Радев, М., Основни теми по когнитивна психология., Пловдив (2012).

[5] Трайчев, Т., Иванов, Ив., Система от средства, необходими условия за ефективност при реализиране на аналитичните методи за решаване в обучението по математика., Научни трудове на „П. Волов“, Шумен (1995), 62-64.

Тодор Трайчев
Шуменски университет „Епископ Константин Преславски“,
ФМИ, Катедра „Алгебра и геометрия“
E-mail: todortraichev@dbv.bg

DEVELOPMENT OF COMPUTER GAMES

PAVEL I. STOYANOV, ROSITSA P. HRISTOVA

ABSTRACT: *Computer games were created and are developed alongside the development of personal computers. Various video games can be classified into different groups depending on their specific features - genres and sub-genres. Computer games are used in various fields, most often as a type of simulation and / or for educational purposes. The type of computer games are used to be developed in the intelligent behavior and the other field are based on artificial intelligence agents. Android devices are beginning to acquire new technologies that improve Android game applications.*

KEYWORDS: *computer games, history of computer games, computer game genres, simulation games, serious games, games for mobile devices.*

РАЗВИТИЕ НА КОМПЮТЪРНИТЕ ИГРИ (ОБЗОР)*

ПАВЕЛ И. СТОЯНОВ, РОСИЦА П. ХРИСТОВА

АБСТРАКТ: *Компютърните игри възникват и се развиват успоредно с развитието на персоналните компютри. Разнообразните видеоигри могат да бъдат класифицирани в различни групи, в зависимост от определени техни характеристики – жанрове и поджанрове. Компютърните игри намират приложение в различни области най-често като вид симулация и/или за образователни цели. Днес някои компютърни игри се използват за развитието на интелигентното поведение на агенти с изкуствен интелект. Андроид устройствата започват да придобиват нови технологии, които подобряват игровите приложения за андроид.*

1 Въведение

Първите видеоигри са некомерсиални и са разработени през 60-те години. Учените създават първите видеоигри като тестови инструменти или за да покажат възможностите на новите технологии. Учените тестват елементарни форми на изкуствен интелект върху игри като дама или шах. Тези игри изискват компютри с мейнфрейм и не са достъпни за широката общественост. Търговските разработки на игри започват през 70-те години с появата на конзоли за видеоигри от първо поколение и ранни домашни компютри като Apple I. Поради ниските разходи и ниските възможности на компютрите един програмист може сам да създаде пълна игра Въпреки това, приближавайки се до 21-ви век, все по-голямата мощ на компютърната обработка и повишените очаквания на потребителите започват да затрудняват индивидуалните разработчици да произвеждат масови конзолни или компютърни игри. Средната цена на произвеждането на видеоигра с triple-A оценка бавно започва да се увеличава от 1 до 4 млн. долара през 2000 г., до над 5 млн. долара през 2006 г., а след това над 20 млн. до края на 2010 г.

2 Етапи

Цялата гейминг индустрия съвсем не е започнала с компютрите. Началото й е поставено през 1972 г., когато в масово производство влиза "Pong" - първата игра-аркада.

* Настоящата статия е частично финансирана по вътрешен проект ШУ № РД-08-164/09.02.2018 г.

Тя така нахлува в живота на хората, че се превръща в уникално забавление по барове и заведения. По-късно е преиздадена като отделна игра за конзола, което я прави още по-популярна и затова влиза в графата „Първо поколение видеоигри".

Периодът на т.нар. „второ поколение видео игри" е от 1976 до 1984 г. Разликата с първото е в това, че новите конзоли притежават микрочип, който позволява на една от тях да се играят множество разнообразни игри – нещо, което до този момент било невъзможно.

Третото поколение обхваща от 1983 до 1992 г., когато се създават първите модерни конзоли. Този период често е наричан от феновете "Late 8-bit" или "The silver age". Тогава започва и непрестанната битка между две от най-големите компании в гейминга – японските Nintendo и Sega. Победител по това време става Nintendo с около 60 милиона продадени копия от техния "Nintendo Entertainment System". Резултатът за Sega е – над 13 млн. продадени копия на „Sega Master System".

През 1989 г. Nintendo изкарват първата преносима конзола – Gameboy с достатъчна мощ да конкурира големите и неподвижни конзоли. За нея е създадена Tetris – може би най-успешната игра на всички времена, което прави Gameboy най-продаваната конзола.

Скоро на бойното поле между двете компании започват да се прокрадват и първите игри за персонални компютри(PC). PC са станали достатъчно мощни машини, за да възпроизвеждат 16-битов цвят – нещо напълно достатъчно, за да се започне цяла нова индустрия. През 1992 г. от производство излиза "Wolfenstein 3D" разработена от новаците id SOFTWARE. Тази игра е революционна – това е първата first person shooter (FPS), която използва истински текстури. Тази игра предначертава пътя на бъдещите first person shooters-игри.

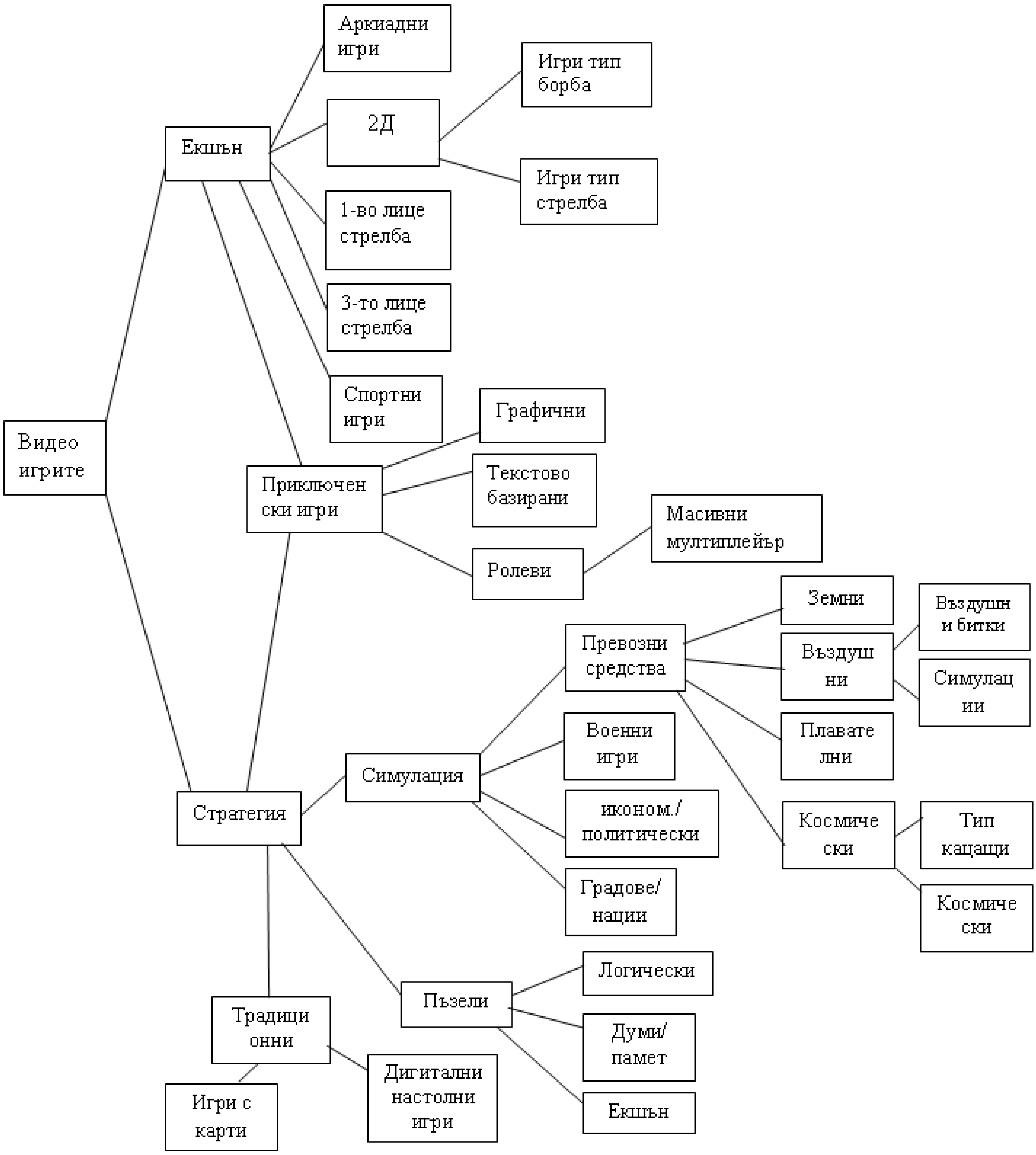
PC игрите започват да се развиват с невероятна скорост като заливат потребителите с незабравими заглавия като Doom, Duke Nukem, Dune 2000, Need for speed. Те поставят основите на много от съвременни гейм жанрове, а по някои от тях даже се правят и холивудски екранизации.

Следващият етап е появата на Massive Multiplayer Online Role Playing Game (MMORPG) – т.е. играещият лично влиза в кожата на някои герой, в неговия свят, а той най-често е могъщ магьосник или силен войн и се играе онлайн в измислен свят. С тези игри се появява опцията играч да предизвика друг играч в епична битка. Играчите управляват героите си като битката приключва, когато единият от тях бъде поразен фатално. Това е т.нар. player versus player (играч срещу играч), с което това поколение игри става още по-популярно. Първите от този тип игри са създадени още през 90-те, но на тях играели много малко хора (в сравнение с днес) – главно от Далечния Изток, Япония, Китай. Основната причина е, че по това време Интернет е не само скъп, а малко популярен и слабо развит.

През 1997 г. виртуалното пространство е залято от първата истинска MMORPG игра - Ultima-Online – базирана на измислената вселена на Ultima на американската компания Origin Systems (днес брандът е собственост на Electronic Arts). Тя(играта) била толкова по-голяма и комплексна от своите предшественици, че всички разработчици започнали да крадат идеи от нея и така е и до днес. Година след излизането й тя печели повече от 100 хиляди постоянни онлайн играчи, с което чупи рекордите за брой хора играещи едновременно в мрежа.

3 Жанрове на видеоигрите

Жанрът на една видео игра е специфична категория от игри, които имат сходни геймплей характеристики. Един жанр не се характеризира от съдържанието на играта или историята, а от стила по който играча взаимодейства с играта. Жанровете могат да обхващат голямо разнообразие от игри, което води до още по-специфични класификации, наречени подгрупи. Например една екшън игра може да бъде класифицирана в няколко подгрупи, като платформени игри и бойни игри.



Фиг. 1. Жанрове видеоигри

Главните жанрове на видео игрите не са малко на брой(виж фиг. 1).

Екшън (Action) игрите наблягат на физическите предизвикателства, които изискват постоянното внимание на играча и добри реакции, за да се преодолеят дадени препятствия. Те се съсредоточават около играча, който контролира повечето от действията. Повечето от най-ранните видеоигри са считани за екшън игри. Днес все още това е огромен жанр, обхващащ всички игри, които включват физически предизвикателства. Поджанровете на екшън игрите са: Platform games, Shooter games, Fighting games, Beat 'em up games, Stealth game, Survival games, Rhythm games.

Екшън-приключенските (Action-adventure) игри съчетават елементи от двата жанра, които обикновено съдържат много дългосрочни препятствия, които трябва да бъдат преодолени с помощта на даден елемент, който е бил по-рано предоставен от играта, както и много по-малки препятствия, които изискват умения на екшън игри за преодоляване. Екшън-приключенски игри се фокусират върху проучването и обикновено включват събиране на елементи, просто решаване на пъзели и борба. "Action-adventure" жанра често се използва за игри, които не се вписват добре в друг жанр.

Приключенските (Adventure) игри, за разлика от приключенските филми, наблягат повече на история и съдържание. Тези игри изискват по-малко рефлекси, по-малко действия и имат по-малко предизвикателства. Обикновено те изискват от играча да решава различни пъзели, като взаимодейства с хората или с околната среда, или да взема решения. Най-често самият играч не се изправя срещу опасности. Adventure игри се смятат за "пурист" жанр и има тенденция да изключва всичко, което включва екшън жанра.

Ролеви (Role-playing) видеоигри поставят играча в ролята на един или повече "авантюристи", които се специализират в специфични умения (като ръкопашен бой или магически умения), докато напредват в предварително зададен сюжет. Обикновено се изисква от играча някакво маневриране на тези герои в измислен магически свят, населен с чудовища, които пазят по-важни местоположения. Популярно е за тези игри да имат така наречените точки-опит (experience points), които служат за развиване на уменията и качествата на отделните герои. Макар че почти всички ранни версии на игри в този жанра са базирани на походови управления, много сегашни ролеви игри се развиват в реално време.

Симулационни игри (Simulation video games) се опитват да имитират различни дейности от реалния живот под формата на игра за различни цели като обучение, анализ, прогностика или развлечение. Обикновено в играта няма стриктно определени цели, като вместо това играчът има право да контролира свободно героя.

Стратегическите игри се съсредоточават върху геймплея, изискващ внимателно мислене и умело планиране, за да се постигне победа, а действията варират от управляване на малка група до управляване на цели легиони. В повечето стратегически видеоигри играчът има изглед над голяма част от света и има правото да контролира всичко, което е негова собственост. Стратегическата игра най-често е походова или в реално време и може фокусът на играта да е върху стратегия, тактика или бързо мислене и добро микроуправление (micromenagment) над неговите ресурси. Стратегията в реално време често е игра, в която е възможно селектирането на множество единици (няколко обекта могат да бъдат избрани едновременно за изпълнение на различни задачи), но има игри като Tom Clancy's EndWar, където играчът има изглед от трето лице и има контрол над малка/средно голяма група от единици. Тази игра е фокусирана върху добрата стратегия над единиците, понеже няма никакви ресурси. Подобно на много ролеви игри, някои стратегически игри постепенно се отдалечават от корените си и се развиват нови типове геймплей на стратегическите игри.

Спортни игри това са игри, в които се играе някакъв спорт (FIFA 1994 – 2014, NBA, NHL, Различни видове ралита и много други). В повечето спортни игри целта е да се постигне победа, като играчът има способността да маневрира със състезателите си. Играчът трябва да координира състезателите си, така че да направи добра атака или защита и следователно контра атака. Има два вида спортни игри: такива, в които се играе от първо лице (т. е. човекът управлява състезателите си) и такива от трето лице (т. е. човекът играе ролята на мениджър и само прави трансфери, подрежда състезателите и т. н.).

4 Приложение на видеоигрите в други области.

За какво са полезни видеоигрите ? Освен че те се използват за забава, видеоигрите се използват в различни области.

Една от тези области е симулация с тренировъчна цел. Симулаторите може да изглеждат като фантастични и скъпи компютърни игри за обществото, но за пилотите на авиокомпаниите те са сериозен въпрос. По време на сесия треньорът или изпитващият седи в задната част, докато обучаемият/тестваният екипаж седи отпред. Треньорът/ изпитващият има панел и екран, където може да настрои и да повреди някоя част на самолета. Той може да настрои времето, да извика други самолети, да направи огромна гръмотевична буря или да промени времето на дъждовно, снежно, слънчево. Обикновено повредите се симулират във възможно най-лошото време. Например, треньорът може да настрои отказ на двигателя да се появи точно, когато самолетът е готов за излитане, при което пилотът трябва да реши дали да прекрати или да продължи излитането.

Симулациите с бизнес модели са мощен инструмент за изучаване на бизнес процесите и анализиране на комплексни системи. Чрез бизнес симулация се оценяват процеси в реалния свят, които са твърде сложни, за да се анализират чрез обикновени електронни таблици, диаграми на потоците и др. методи. С електронни модели се тестват хипотези за разпределение на разходи, като се вземат предвид реалните действия на системата и като се имитират различни вероятни поведения на средата. Като един ефективен аналитичен инструмент, моделирането показва как работят нещата и в същото време стимулира творческото мислене за това как можем да ги подобрим. Готови модели за индустрията, правителството, образователните и други институции съкращават цикъла на конструиране и анализиране, намаляват разходите, подобряват процесите на вземане на решения и подпомагат придобиването на нови знания.

Друга сфера, където се използват видео игрите е в образованието. Основната цел на играта е да предизвика играча да решава проблеми. Разбира се това става във виртуален свят, който реагира на всяко действие, извършено от играча. В тази виртуална среда играча може да развива и усъвършенства уменията си. Той може да експериментира, да се провали и да опита отново, докато успее. Важно е играта да е предизвикателна, но да не е невъзможна за преодоляване. Играещият получава обратна връзка за своя прогрес и вижда как неговите действия увеличават и намаляват шансовете му за напредък в играта. В процеса на играта играчите се научават кои са правилните ходове, като получават награди (точки или статус) или биват наказвани, като губят точки или статус. Играещите често си взаимодействат с други хора в споделените виртуални светове, като обменят информация, умения и стратегии.

Игрите, свързани с образованието, могат да бъдат разделени в три групи:

Имитационни игри. Имитационен модел на система се нарича такъв модел, изследването на който се осъществява по пътя на експеримент с него, възпроизвеждащ процес на функциониране на системата по време.

Организационно-дейностни игри. Играта се базира на информацията в нея за състоянието на реалната социална система и се привличат реални участници на моделирания социален конфликт.

Делови игри. Под делова игра се разбира модел на взаимодействие на хората в процеса на постигане на цели от различен характер.

Използването на компютърни игри позволява да се подобри мотивацията на обучаемите, при което да се запазят всички преимущества на съвременното обучение. В процеса на разработването на съвременни игри се включват много специалисти в различни области. За създаване на обучаващи игри се използват същите инструменти и технологии, както при обичайните (развлекателните) компютърни и видеоигри.

5 Тенденции в развитието на игрите. Изкуственият интелект и игрите

Възможно ли е например да се създаде изкуствен интелект, който да играе и мисли в стратегическата игра StarCraft като професионалист от най-висока класа? А такъв, който направо да създава нови игри с похвати и светове, за които човешкото съзнание изобщо не се е замислило?

С всяка изминала година състезателното ниво в гейминга нараства и разбира се това е следствие от развитието на уменията на играчите. От дълго време се разработват агенти с изкуствен интелект(Artificial Intelligence - AI), които да могат да играят на нивото на тези състезатели.

Оказва се, че игрите днес са колкото средство за забавление, толкова и място за дръзки научни проекти и обучение на агенти с AI с цел един ден те да са тези, които ще водят и създават игрите на бъдещето.

Учени от Калифорнийския университет в Санта Круз създават мащабен проект, който се стреми да изгради реалистично и динамично поведение на машините. Крайната цел на учените е да създадат агент, който не само разполага с голямо количество предварително заредени ходове, а умее да реагира на всеки един нюанс в геймплея. Влиянието на изкуствения интелект е толкова голямо, че дори геймърска компания като Electronic Arts създаде собствено звено, което да се занимава с такива разработки. То се нарича Search for Extraordinary Experiences Division(SEED), а първата му задача е да научи AI да играе онлайн шутъра Battlefield 1 по-добре, отколкото милионите живи играчи.

С цел да се развие изкуственият интелект в тази област се създава състезание наречено General Video Game Playing (GVGP), в което изкуственият интелект трябва да може да се учи от грешките си и да взема правилни решение в различни ситуации. Малко след това е създадено The General Video Game AI competition (GVGAI), за да може да тества как изкуственият интелект се приспособява към различни игри, но от същия жанр. През 2016 г. бе добавен нов конкурс: The Two Player General Video Game AI(GVGAI2P). В този конкурс целта не е само да се анализира как изкуственият интелект ще се адаптира към множество различни игри от същия жанр, но и да се анализира как изкуственият интелект ще се адаптира към друг изкуствен интелект, без значение дали ще са един срещу друг или в отбор. Един от интересните аспекти на това състезание е, че то насърчава изкуственият интелект да изгради модел за поведението на другия играч(изкуствен интелект). Този модел не само предвижда най-вероятните действия, които би направил другият играч, но и неговите намерения (той състезава ли се срещу AI или играе в екип с него ?) също така и знанията му за света (какво другият изкуствен интелект е открил за света).

6 Състоянието на андроид игрите днес.

С подобряване на мобилните устройства все повече от хората играят мобилни игри. Това най-вероятно е следствие от това, че голяма част от мобилните игри са неангажиращи и могат да бъдат играни по всяко време – повечето потребители имат достъп до мобилно устройство, но нямат достъп до настолен компютър или лаптоп. Друга причина е, че мобилните устройства са доста по-компактни и не изискват периферни устройства, за да се играят игри на тях. Така всякакви хора, независимо дали пътуват, нямат време или просто не желаят да прекарват доста време пред компютър, могат да изпитат емоцията на повечето жанрове видеоигри.

Днес Android вече е доста сериозна игрална платформа. Растящата популярност на мобилната операционна система доведе до значително увеличаване на разработката на гейм заглавия, предназначени за нея.

Една от най-новите тенденции в областта на компютърните игри е технологията 4K, която позволява на геймърите да имат невероятно преживяване. Всъщност всички най-нови монитори и лаптопи са оборудвани с 4K-дисплеи. Голям брой непрофесионални и професионални геймъри обичат да използват такива монитори. Освен това тази тенденция е голям източник на доходи за компаниите в игралната индустрия. Напоследък тази технология започна да се предлага на мобилния пазар. Някои от най-новите мобилни устройства вече са оборудвани с 4K екрани.

ЛИТЕРАТУРА:

[1] Каролев, Д., Кратка история на игрите, част I – http://pcmania.bg/Feature-Кратка-история-на-игрите,-част-I/?go=opinion&p=detail&articleId=7688&type=0

[2] Стариредева, Й., Игровите компютърни модели в съвременното обучение, автореферат, 2018

[3] Цеков, И., Ботовете на бъдещето: по-добри от всеки геймър и създатели на собствени игри - https://www.webcafe.bg/mobilecafe/badeshteto/id_1303978877_Botovete_na_badeshteto_po-dobri_ot_vseki_geymar_i_sazdateli_na_sobstveni_igri

[4] Еволюцията на гейм конзолите през годините - http://div.bg/Еволюцията-на-гейм-конзолите-през-годините_l.a_i.507220.htm

[5] Gaina, R., Cou¨etoux, A., Soemers, D., Winands, M., Vodopivec, T., The 2016 Two-Player GVGAI Competition, IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games, November 2017

[6] Perez, D., Samothrakis, S., Togelius, J., Schaul, T., Lucas, S., The 2014 General Video Game Playing Competition, IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games, January 2015

[7] Video game development - https://en.wikipedia.org/wiki/Video_game_development

[8] Video game genre - https://en.wikipedia.org/wiki/Video_game_genre

[9] List of video game genres - https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_video_game_genres

Павел Стоянов, Росица Христова
Шуменски университет „Еп. Константин Преславски“
E-mails: karnobata_007@abv.bg, r.hristova@shu.bg