Годишник на ШУ „Епископ К. Преславски“
Факултет по математика и информатика, том XVIII C, 2017, стр. 105-117

ПРИКЛАДНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ КУРСА АЛГЕБРЫ*

Василий А. Швец, Анна А. Новикова

APPLIED DIRECTION OF THE ALGEBRA COURSE

Vasily A. Shvets, Anna A. Novikova

ABSTRACT: *The article is devoted to the problem of implementation of applied orientation in the course of basic school algebra. The analysis of scientific works devoted to the concept of applied orientation is carried out. The authors define the concept of "applied orientation of the course of algebra" and "practical orientation of the course of algebra". A means of implementing the applied orientation of the course of algebra is an applied problem. The applied tasks reflect the real processes and situations of related disciplines, life and professional activity. The need to create a system of applied tasks is one of the topical problems of the methodology of mathematics.*

KEYWORDS: *applied tasks, applied orientation of the course of algebra, mathematical modeling, algebra course.*

Современная общеобразовательная школа, в условиях непрерывно развивающегося производства и технологий, должна обеспечивать ученикам виденье применения изучаемых математических понятий и терминов в реальном мире и повседневной деятельности, понимание того что они являются не искусственно введёнными, а появившимися в результате развития научных достижений и их применения на практике. Именно поэтому обеспечение реализации прикладной направленности школьного курса алгебры является одной из основных целей школьного образования.

* Эта статья осуществляется с помощью фонда Научных исследований ШУ „Епископа Константина Преславского“ – № РД- 08-105/06.02.2017

Проблема прикладной направленности требует постоянного внимания и корректировки в связи с тем, что непрерывно расширяется сфера деятельности человека, а также развивается математика как наука. В методике математики сформировались такие направления в изучении этой проблемы: *прикладная направленность математики в общем понимании или при изучении конкретного предмета* (Г. П. Бевз, Г. М. Возняк, М. В. Егупова, Ю. М. Колягин, А. Д. Мышкис, Л. И. Ничуговская, В. В. Пикан, А. В. Прус, Л. А. Соколенко, Н. А. Терешин, В. В. Фирсов, В. А. Швец); *прикладная направленность обучения математики в средней школе* (Г. М. Возняк, Ю. М. Колягин, В. В. Пикан, И. М. Шапиро); *реализация прикладной направленности через применение в учебном процессе прикладных задач* (Г. Я. Дутка, Л. И. Новицкая, А. В. Прус, Л. А. Соколенко).

Анализ научных исследований показал, что часто тождественными считаются понятия *“прикладная направленность школьного курса математики”* и *“прикладная направленность обучения математики”*. Эти понятия имеют общие и отличительные черты. Рассмотрим их на примере изучения научных работ.

Суть *прикладной направленности курса математики* описал В. В. Фирсов, через **осуществление целенаправленной методологической и содержательной связи математики с практикой**, что предусматривает введение в математику специфических подходов (эвристических или правдоподобных рассуждений) характерных для исследования прикладных проблем математическими методами. Подобная ориентация среднего математического образования будет достигнута, если придать изучению курса математики черты прикладной деятельности. Методологическая связь будет обеспечиваться, по мнению автора, через формирование умений и навыков, характерных для трёх этапов (формализация, решение, интерпретация) применения математики к решению прикладных задач. В. В. Фирсов выделяет прикладную направленность как отдельную смысловую линию курса математики, подчёркивая этим её место среди функциональной и других смысловых линий [1].

Реализацию *прикладной направленности обучения математики* через применение её в смежных дисциплинах, профессиональной деятельности, сельском хозяйстве и быте видели Ю. М. Колягин и В. В. Пикан. Авторы сделали акцент на том, что прикладная и практическая направленности обучения математике функционируют вместе и дали определения этим понятиям. *Практическая направленность обучения математики* – это направленность содержания и методов обучения на решение упражнений и задач, на формирование у учеников умений самостоятельной деятельности. *Прикладная направленность обучения математики* – это ориентация **содержания** и **методов обучения**, на применение математики в технике, профессиональной деятельности и смежных дисциплинах.

Курс алгебры основной школы является связующей дисциплиной между математикой 5 – 6 классов и алгеброй и началами анализа 10 – 11 классов. Принимая к сведению выше сказанное, перенесём соответствующие определения на курс алгебры. В нашем понимании, *прикладная направленность школьного курса алгебры* – это целенаправленная ориентация содержания, целей и средств обучения алгебры на: осуществление методологических и содержательных связей курса алгебры с практикой; формирование у учащихся, во время изучения алгебры, математических умений и навыков, необходимых в быту, профессиональной или научной деятельности. *Практическая направленность школьного курса алгебры* – это направленность целей, содержания, средств и методов обучения курсу алгебры на решение задач и упражнений этого курса.

Одним из средств реализации прикладной направленности выступают прикладные задачи, которые возникают в реальных жизненных ситуациях (бытовая, профессиональная, межпредметная), внедрение которых в учебный процесс сопровождается применением метода математического моделирования.

Выделим следующие этапы математического моделирования, которые применяются в процессе решения прикладной задачи.

Таблица 1

Этапы математического моделирования

Этап	***Деятельность***
I. Формализация	Предварительный анализ объекта исследования
	Построение математической модели объекта исследования
	Выбор рациональной модели
II. Исследование построенной математической модели	Реализация математической модели математическими методами; исследование полученной математической модели
III. Интерпретация решения	Анализ результата
	Сопоставление полученных результатов и перенос их на объект, который исследуется

Приведём примеры прикладных задач, которые могут быть использованы на уроках алгебры в качестве дополнения к стандартным.

В прикладной задаче №1 (приведённой ниже) система двойных неравенств выступает математической моделью, которая описывает характеристики нефтяного пятна и сорбента. Задача может быть использована в 9 классе при изучении темы “Неравенства”.

Задача № 1. В результате утечки нефти с танкера на поверхности моря образовалось нефтяное пятно. Для его устранения экологи решили использовать сорбенты в виде матов, которые впитывают нефть в соотношении 1:1. Известно, что один мат-сорбент имеет такие характеристики: ширина от 0,5 до 1 м, длина от 0,5 до 1 м, толщина от 0,5 до 1 м. Выяснить, сколько нужно таких сорбентов, для устранения нефтяного пятна шириной от 500 до 600 м, длиной от 600 до 700 м, толщиной от 0,01 до 0,03 м.

Примечание: Сорбент – твёрдое тело, которое выборочно поглощает с окружающей среды вещества.

Решение. I. Формализация. Запишем данные по сорбенту в виде системы условий. Пусть x – ширина сорбента, y – длина сорбента, z – толщина сорбента.

$$\begin{cases} 0{,}5 \le x \le 1 \\ 0{,}5 \le y \le 1 \\ 0{,}5 \le z \le 1 \end{cases} \text{– характеристики одного мата-сорбента,}$$

$$\begin{cases} 500 \le x_n \le 600 \\ 600 \le y_n \le 700 \\ 0{,}01 \le z_n \le 0{,}03 \end{cases} \text{– характеристики нефтяного пятна,}$$

II. Исследование математической модели. Тогда для того чтобы решить задачу нужно найти объёмы нефтяного пятна и сорбента:

Объём нефтяного пятна: $3000 \le V_n \le 12600$.

Объём одного сорбента: $0{,}125 \le V \le 1$.

Найдём отношение объёмов: $\dfrac{3000}{1} \le \dfrac{V_n}{V} \le \dfrac{12600}{0{,}125}$.

III. Интерпретация решения. Минимальное количество сорбентов необходимое для устранения нефтяного пятна 3 000 штук, максимальное количество сорбентов 100 800 штук.

Следующая прикладная задача имеет межпредметное содержание и может использоваться как пропедевтический материал к теме “Функция”.

Задача №2. Поливая газон возле дома, мальчик заинтересовался, с какой скоростью вытекает вода из шланга. Немного подумал и заметил, что ведро объёмом 10 литров, наполняется за 8 секунд. Потом измерил с помощью рулетки внутренний диаметр шланга. Он составил 1,9 см. Записать формулу, которая связывает данные со скоростью вытекания воды из шланга.

Решение. Шланг имеет форму цилиндра (рис.1), поэтому длина шланга l равна высоте цилиндра.

Введём вспомогательные обозначения:

V – объём воды; $S_{осн}$ – площадь поперечного сечения шланга.

d – диаметр шланга; t – время, за которое вода наполняет ведро объёмом V; v – скорость воды, которая вытекает из шланга.

Запишем формулу, которая выражает внутренний объём шланга: $V = S_{осн} \cdot l = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot l$.

Выразим длину шланга через объём и получим $l = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2}$ (1).

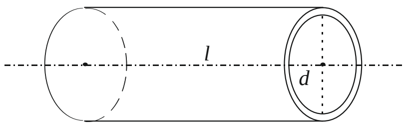

Рис.1. Модель шланга

Длина шланга – это путь, который преодолевает вода за время t: $l = v \cdot t$, выразим скорость воды $v = \frac{l}{t}$ (2), подставим формулу (1) в (2) и получим $v = \frac{4 \cdot V}{\pi \cdot d^2 \cdot t}$ (3).

Теперь подставляем исходные данные $V = 10л = 10 \cdot 10^{-3} м^3 = 10^{-2} м^3$, $t = 8$ с, $d = 1{,}9см = 1{,}9 \cdot 10^{-2} м$ в формулу (3) и получаем скорость воды.

$$v = \frac{4 \cdot 10^{-2}}{3{,}14 \cdot (1{,}9 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 8} = \frac{1}{3{,}14 \cdot 3{,}61 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = \frac{10^2}{6{,}28 \cdot 3{,}61} \approx 4{,}4 \, {}^{м}\!/_{с}$$

(округляем с недостатком), $v \approx 4{,}4 \, {}^{м}\!/_{с}$.

Ответ. Скорость, с которой вода вытекает из шланга, составляет $v \approx 4{,}4 \,{}^{м}\!/_{с}$.

В задаче №3 можно увидеть бытовое содержание, она может быть использована при изучении темы "Тождественные преобразования рациональных выражений". Открытый характер задачи предусматривает то, что ученик должен получить данные для её решения, сделав самостоятельный их поиск.

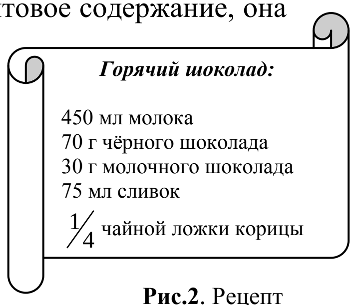

Рис.2. Рецепт

Задача №3. Наталия решила угостить своих подруг горячим шоколадом и нашла в журнале необходимый состав ингредиентов, которые используются для его приготовления (рис. 2). Составить список покупок, которые нужно сделать Наташе, чтобы приготовить 6 порций напитка. Учтите, что в супермаркете можно купить товар в упаковке с разной ёмкостью (сделайте рассчёты учитывая асортимент вашего магазина).

Решение. Упаковки товаров обозначенных в рецепте могут быть разной ёмкости, в связи с этим, решение задачи может отличаться от описанного далее. Совершим соответствующие расчёты (таблица 2).

Таблица 2

Ингредиент	**Необходимое количество**	**Вместимость одной упаковки товара**	**Расчёты**
Молоко	$6 \cdot 450 = 2\,700$ (мл)	1 л	3 л
Чёрный шоколад	$6 \cdot 70 = 420$(г)	90 г	$\frac{420}{90} = 4\frac{2}{3}$ округляем с избытком.

			Необходимо 5 упаковок
Молочный шоколад	$6 \cdot 30 = 180$(г)	90 г	$\frac{180}{90} = 2$ упаковки
Сливки	$6 \cdot 75 = 450$(мл)	500 мл	$500 - 450 = 50$ мл остаток. Необходимо взять 1 упаковку
Корица	1 чайная ложка корицы это 8 г, тогда $\frac{1}{4}$ чайной ложки – 2 г. На 6-ть порций необходимо 12 г	20 г	$20 - 12 = 8$ г остаток. Необходимо купить упаковку

Пускай в магазине можно купить молоко в литровой бутылке, корицу в 20 граммовой, чёрный и молочный шоколад в 90 граммовых, а сливки в 500 мл упаковках.

Ответ. Хозяйке необходимо купить 3 бутылки молока, 5 упаковок чёрного шоколада, 2 упаковки молочного шоколада, 1 упаковку сливок и корицы.

Далее рассмотрим задачи (№4-№5), в которых линейное уравнение используется в качестве математической модели к прикладной задаче.

Задача №4. Пищевой комбинат разливает минеральную воду по бутылкам ёмкостью 0,5 и 2 литра. Экономисты подсчитали, что продукция эффективней продаётся, если полулитровых бутылок будет в три раза меньше чем двухлитровых, в связи с этим сделали соответствующий заказ заготовок (рис. 3). Известно, что масса заготовки для полулитровой бутылки – 22 г, а для двухлитровой – 48 г. Для выполнения заказа завод по производству заготовок использовал 1 тонну полимера. Определить сколько воды удалось разлить в бутылки пищевому комбинату?

Рис.3. Заготовки для выдувания пластиковых бутылок

Решение. Пускай $m_{0,5л}=22г$, $m_{2л}=48г$. Вспомним, что $1тонна=10^3кг=10^6г$. Обозначим через x – количество двухлитровых бутылок. Составим уравнение, которое является математической моделью задачи $\frac{x\cdot m_{0,5л}}{3}+x\cdot m_{2л}=10^6$.

Решая его получим число: $x\cdot\left(\frac{m_{0,5л}}{3}+m_{2л}\right)=10^6$,

$x=\frac{10^6}{\frac{22}{3}+48}=\frac{10^6\cdot 3}{166}\approx 18072{,}2892$. Округлим полученное число с недостатком и получаем 18 072 бутылок по 2 литра и 6 024 бутылки по 0,5 литров.

Определим, сколько минеральной воды завод сможет разлить, в полученное количество бутылок: 1) $2\cdot 18\,072=36\;144$ литров в двухлитровые бутылки; 2) $0{,}5\cdot 6\,024=3\,012$ литров в бутылки по 0,5 литров.

Ответ. Всего удалось разлить 39 156 литров минеральной воды.

Задача №5. Ученики 9-А класса школы принимают участие в весенне-летней акции "Чистый город", которая проходит каждую субботу. Главная цель акции – очистить парки города от мусора. После одной уборки парка в среднем изымается до 20 кг макулатуры, и до 50 кг пластиковых бутылок. Во время последних двух уборок ученики извлекли на 10 кг меньше пластиковых бутылок, на 15 кг меньше макулатуры, но было дополнительно отправлено на утилизацию 30 кг батареек. Сколько денег отложили ученики 9-А класса в фонд школы, если приём сырья пластиковых бутылок рассчитывается как 1 кг по 4 грн 60 коп, макулатура − 1 кг по 2 грн 50 коп, а батарейки − 1 грн за кг.

Решение. **Вычислим, сколько средств получили ученики за первую уборку:** $20 \cdot 2{,}5 + 50 \cdot 4{,}6 = 280$ *грн*. **Далее за последние две уборки ученики получили** $(5 \cdot 2{,}5 + 40 \cdot 4{,}6) = 12{,}5 + 184 = 196{,}5$ *грн* **и еще 30 *грн*. за утилизацию батареек.**

Всего ученики получили $280 + 196{,}5 + 30 = 506{,}5$ *грн* .

Числовые выражения в этой задаче – математические модели, с помощью которых получен ответ на поставленный вопрос.

Ответ. $506{,}5$ *грн* .

Задача №6. В сети магазинов “Спортивная семья” и “СпортМега” расспродажа. “Спортивная семья” провела акцию: цену на пару кросовок снизили на 20 %, затем новую цену ещё на 25 %, после чего цена составляла 1200 грн. В “СпортМега” цену на пару кросовок 1500 грн снизили на 25 %, затем новую цену снизили ещё на 40%. Какой была цена товара в магазинах до и после скидок? На сколько процентов снизилась цена товаров в каждом из магазинов?

Рис.4. Пара кроссовок из акции

Решение. Напомним, формулу сложных процентов: если начальное значение увеличилось на $x\,\%$, то нужно домножить на коэффициент $k=\left(1+\dfrac{x}{100}\right)$; если начальное значение уменьшилось на $x\,\%$, то нужно домножить на коэффициент $k=\left(1-\dfrac{x}{100}\right)$.

Рассчитаем цены для сети “СпортМега”. По условию 1500 грн − начальная цена товара, после снижения на 25% цена составила $1500\cdot(1-0{,}25)=0{,}75\cdot 1500=1125$ (грн), после повторного снижения на 40% $1125\cdot(1-0{,}4)=0{,}6\cdot 1125=675$ (грн). Цена снизилась на 55 %.

Рассчитаем цены для сети “Спортивная семья”. Пусть a − начальная цена товара, после снижения на 20 % цена составила $a\cdot(1-0{,}2)=0{,}8\cdot a$ (грн), после повторного снижения на 25% $a\cdot 0{,}8\cdot(1-0{,}25)=a\cdot 0{,}8\cdot 0{,}75=a\cdot 0{,}6=1200$ (грн). Начальная цена товара составила $a=\dfrac{1200}{0{,}6}=2000$ (грн). Цена снизилась на 60 %.

Проанализируем систему скидок и цен в двух магазинах в таблице 3.

Таблица 3

Система скидок в магазинах

	Начальная цена	Скидка № 1	Скидка № 2	Общая скидка	Цена после двух скидок
“Спорт Мега”	1500 грн	25%	40%	55%	675
“Спортивная семья”	2000 грн	20%	25%	60%	1200

Приведённые выше задачи отображают реальные процессы и ситуации из смежных дисциплин, человеческого быта, а также профессиональной деятельности. Отметим, что прикладных задач в школьных учебниках по алгебре мало, а если они и есть, то в разделах для повторения ранее изученного материала или в виде обычных текстовых задач, поэтому вопрос о создании **системы прикладных задач**, которые были бы средством формирования у учащихся умений математического моделирования, является **актуальной** проблемой которая нуждается в решении.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Фирсов В.В. О прикладной ориентации курса математики //Углубленное изучение алгебры и начал анализа / Сост. С.И. Щварцбурд, О.А. Боковнев. – М.: Просвещение, 1972. – С. 215-239.
2. Колягин, Ю.М. О прикладной и практической направленности обучения математике/Ю.М. Колягин, В.В. Пикан // Математика в школе. - 1985. - № 6. – С. 27-32.
3. Швец В. О прикладной направленности школьного курса математики / В. Швец // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. збірник наук. робіт / Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, Донецький нац. університет, Інститут педагогіки АПН України ; редкол. О. І. Скафа

(наук. ред.), В.О. Швець [та ін.]. – Донецьк, 2008. – Вип. 30. – С. 135–142.
4. Соколенко Л. О., Філон Л. Г., Швець В. О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум. Навчальний посібник. – Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2010. – 128 с.

Василий А. Швец
НПУ "М.П. Драгоманов", гр. Киев, Украйна, професор
E-mail: kmmvm@ukr.net

Анна А. Новикова
НПУ "М.П. Драгоманов", гр. Киев, Украйна, докторант
E-mail: chinchoy.anna@gmail.com