Годишник на ШУ „Епископ К. Преславски“
Факултет по математика и информатика, том XVIII C, 2017, стр. 85-103

# ОБ ОДНОМ ИЗ ПОДХОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ ПОНЯТИЯ ПЛОСКОГО ТЕЛА И ЕГО ПЛОЩАДИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ПЛАНИМЕТРИИ*

**ТАТЬЯНА А. СНИГУР**

# ABOUT ONE OF THE APPROACHES OF FORMING THE CONCEPT OF A FLAT BODY AND ITS AREA IN A SCHOOL COURSE OF PLANIMETRY

**TETIANA A. SNIHUR**

***ABSTRACT:*** *The article proposes one of the approaches to the interpretation of the concept of "flat geometric body". This article also considers methodical recommendations of the formation of the concept of area of flat geometrical body as function on the plural of flat bodies.*

***KEYWORDS:*** *geometrical figure, a flat geometric body, square of the flat geometric body, classification of points of a figure.*

**Введение.** Согласно Государственного стандарта базового и полного общего среднего образования в школьном курсе планиметрии выделены две основные содержательные линии: 1) геометрические фигуры и их свойства; 2) геометрические величины, их измерения и вычисления [4].

В курсе математики 5–6-х классов изучаются такие геометрические фигуры как точка, отрезок, луч, прямая, угол, треугольник, прямоугольник, квадрат, окружность, круг и их простейшие свойства; из геометрических величин рассматривают длину отрезка, градусную меру угла, площадь прямоугольника, объем прямоугольного параллелепипеда и единицы их измерения.

* Эта статья осуществляется с помощью фонда Научных исследований ШУ «Епископа Константина Преславского» – № РД- 08-105/06.02.2017

В курсе планиметрии 7–9-х классов основными объектами изучения на плоскости являются точка, прямая, отрезок, луч, угол, треугольник, четырехугольник, многоугольник, окружность, круг. Углубляются и систематизируются сведения о геометрических величинах. В 8 классе вводится одно из важных понятий – понятие площади. Вывод формул для вычисления площадей планиметрических фигур (прямоугольника, параллелограмма, треугольника, ромба, трапеции, правильных многоугольников) опирается на основные свойства площадей [11].

В 8 классе при изучении темы «Многоугольники. Площади многоугольников» уточняется, что такое свойство, как площадь, свойственно не всем геометрическим фигурам. В частности, в программе по математике указано, что ученик должен уметь объяснить, что такое плоский многоугольник. Хотя в учебниках по геометрии понятие плоского многоугольника четко не определяется.

Попытки дать определение понятия плоского многоугольника можно найти в учебниках по геометрии:

- для 8 класса, авторы Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владимирова Н. Г.: «Он (четырехугольник) разделяет плоскость на две области: внутреннюю и внешнюю. Фигуру, состоящую из четырехугольника и его внутренней области, также называют четырехугольником» [1, с. 6];
- для 7–11-х классов, автор Погорелов А. В.: «Плоским многоугольником или многоугольную областью называется конечная часть плоскости, ограниченная многоугольником» [12, с. 202];
- для 6–8-х классов, автор Колмогоров А. М.: «Объединение простой замкнутой ломаной и ее внутренней области называется многоугольником» [9, с. 37].

В данной статье предлагается определение понятия плоского геометрического тела, которое можно включить в школьный курс планиметрии средней школы на углубленном уровне изучения данного предмета. Также рассмотрено формирование понятия площади плоского геометрического тела как функции на множестве геометрических тел.

**Плоское геометрическое тело**

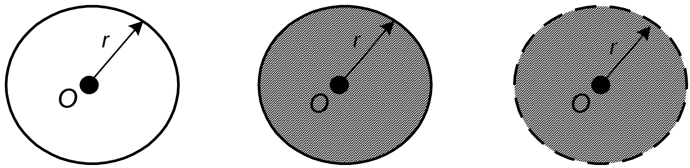
Рассмотрим некоторые предварительные понятия, которые необходимы для определения понятия плоского геометрического тела.

***1. Понятие геометрической фигуры, отрезка, окружности, круга и окрестности точки.*** В планиметрии под *геометрической фигурой*, или плоской фигурой, или просто фигурой понимают произвольное множество (совокупность) **Ф** точек плоскости. Простейшей геометрической фигурой является точка. Из точек состоят все другие геометрические фигуры, например, отрезок, прямая, луч, круг, треугольник, плоскость и т.д.

Из школьного курса планиметрии ученикам известно, что расстояние между двумя точками прямой или плоскости – это длина отрезка, соединяющего эти точки.

К важнейшим фигурам плоскости, в частности, относятся: 1) окружность; 2) круг; 3) открытый круг с центром в данной точке $O$ и заданным радиусом $r > 0$. Так называют множество точек плоскости, для каждой из которых расстояние от точки $O$ соответственно: 1) равно $r$; 2) не превышает $r$; 3) меньше за $r$. При этом можно обозначать:

- $S(O; r)$ –окружность с центром в точке $O$ и радиусом $r$;
- $K(O; r)$ – круг с центром в точке $O$ и радиусом $r$;
- $U(O; r)$ – *открытый круг* с центром в точке $O$ и радиусом $r$, который также называют окрестностью (или $r$ – окрестностью) точки $O$ (рис. 1).



$S(O;r)$ $\quad K(O;r)$ $\quad U(O;r)$

**Рис. 1**

На рисунке 2 изображена фигура *F*, которая состоит из всех точек окрашенной части плоскости, прямой линии *l*, точки *C* и замкнутой линии *p*, которая ограничивает окрашенную часть плоскости.

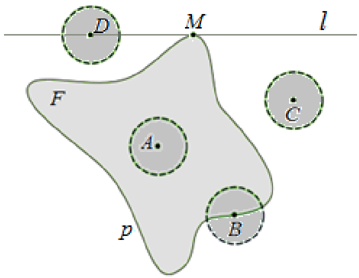



**Рис. 2**

Плоскую фигуру *Ф* называют *ограниченной*, если все ее точки принадлежат некоторому кругу конечного радиуса.

***<u>Примеры:</u>***

**1.** Фигуры, представленные на рис. 1 – ограничены.

**2.** Фигура *F* (рис. 2) – не ограничена.

***2. Классификация точек плоскости относительно данной фигуры.*** Пусть задано плоскость и некоторую фигуру *Ф* на ней. Тогда точки плоскости относительно фигуры *Ф* называют:

1) *внутренней точкой фигуры Ф, когда существует окрестность этой точки, все точки которой принадлежат*

*фигуре Ф*;

2) *внешней точкой фигуры Ф, когда существует окрестность этой точки, в котором нет ни одной точки фигуры Ф*;

3) *граничной точкой фигуры Ф, когда любая окрестность этой точки содержит в себе как точки фигуры Ф, так и точки, не принадлежащие фигуре Ф*;

4) *предельной точкой фигуры Ф, когда любой окрестность этой точки содержит в себе бесконечное множество точек фигуры Ф*;

5) *изолированной точкой фигуры Ф, когда существует окрестность этой точки, в котором только эта точка принадлежит фигуре Ф.*

***Примеры:*** Если фигура *Ф* – фигура *F*, которая изображена на рис. 2, то:

а) внутренней точкой фигуры *F* является каждая точка с окрашенной части, например, точка *A*;

б) каждая точка, которая не принадлежит ни окрашенной части, ни прямой линии *p*, ни замкнутой линии *p* и отличная от точки *C*, является внешней точкой фигуры *F*;

в) каждая точка, принадлежащая замкнутой линии или прямой линии, а также точка *C* являются граничными точками фигуры *F*;

г) каждая точка, принадлежащая окрашенной части плоскости, или прямой линии или замкнутой линии, является предельной точкой фигуры *F*;

д) единственной изолированной точкой фигуры *F* является точка *C*.

Из приведенных выше определений следует, что:

*1) внутренняя точка и изолированная точка фигуры Ф всегда принадлежат этой фигуре;*

*2) внешняя точка фигуры Ф не принадлежит ей;*

*3) граничная точка и предельная точка фигуры Ф могут принадлежать, а могут и не принадлежать фигуре Ф.*

Легко убедиться, что для произвольной точки плоскости и для заданной на ней фигуре *Ф* возможен один и только один из трех случаев:

*1) эта точка является внутренней точкой фигуры Ф;*

*2) эта точка является внешней точкой фигуры Ф;*

*3) эта точка является граничной точкой фигуры Ф.*

Кроме этого для точки, которая не является внешней, возможен один и только один из двух случаев:

*4) данная точка является граничной точкой фигуры Ф;*

*5) данная точка является изолированной точкой фигуры Ф.*

Относительно произвольной точки данной фигуры Ф возможен один и только один из двух случаев:

*6) данная точка является внутренней точкой фигуры Ф;*

*7) данная точка является граничной точкой фигуры Ф.*

Множество G(Ф) всех внутренних точек фигуры Ф называют *внутренностью* фигуры Ф, а множество S(Ф) всех граничных точек фигуры Ф называют *границей* фигуры Ф.

Объединение фигуры Ф с ее границей называют *замыканием* данной фигуры и обозначают $\overline{\varPhi}$.

***Примеры:***

1. Если $\varPhi = K(0;\ \mathrm{r})$ или $\varPhi = \mathrm{U}(0;\mathrm{r})$, то внутренность каждой из этих фигур $G(\varPhi) = U(0;\ \mathrm{r})$, а замыкание каждой из этих фигур $\overline{\varPhi} = K(0;\mathrm{r})$.

2. Если $\varPhi = S(0;\ \mathrm{r})$, то $\overline{\varPhi} = \varPhi$, *а* $G(\varPhi) =$ *Ø*. Для всех этих фигур *Ф* их граница $\mathrm{S}(\Phi( = \mathrm{S}(0;\mathrm{r})$.

***3. Открытые и замкнутые фигуры, области и замкнутые области.*** Относительно границы *S* (*Ф*) данной фигуры *Ф* возможен один и только один из трех случаев:

1) $S\ (\varPhi) \subset \varPhi$, то есть каждая точка границы *S* (*Ф*) является также точкой фигуры *Ф* и тогда фигуру *Ф* называют *замкнутой*;

2) $S\ (\varPhi) \cap \varPhi = \varnothing$, то есть каждая точка границы *S* (*Ф*) не является точкой фигуры *Ф*, и тогда фигуру *Ф* называют *открытой*;

3) $S\ (\varPhi) \cap \varPhi \neq \varnothing$ и $S\ (\varPhi) \not\subset \varPhi$, то есть некоторые точки

границы $S$ ($\Phi$) являются точками фигуры $\Phi$, а некоторые нет, и тогда фигура $\Phi$ не является замкнутой, а также не является открытой.

***Примеры:***

1. Замкнутыми фигурами являются: каждая плоскость и пустая фигура; каждая фигура, которая состоит из конечного множества точек; объединение конечного числа замкнутых фигур, в частности, объединение конечного числа прямых; каждая окружность и каждый многоугольник; замыкание каждой фигуры.

2. Открытыми фигурами являются: каждая плоскость и пустая фигура; открытый круг (окрестность точки) объединение конечного и счетного количества открытых фигур (в частности открытых кругов); внутренность любой фигуры, в частности, внутренность любого многоугольника.

3. Ни замкнутыми, ни открытыми фигурами являются: обычный круг, из которого изъято одну граничную точку; обычный открытый круг, к которому присоединено одну граничную точку; многоугольник, из которого изъято одну вершину.

Открытую фигуру Ф называют *областью*, когда любые две точки этой фигуры можно соединить ломаной, которая полностью содержится в этой фигуре. При этом, открытую фигуру Ф называют также *линейно связной*.

***Примеры:***

1. Любой открытый круг является областью, а объединение двух открытых кругов без общих точек является открыта фигурой, однако не является областью, поскольку не является линейно связным.

2. Внутренность любого многоугольника является областью.

3. Круг не является областью, поскольку не является открытой фигурой.

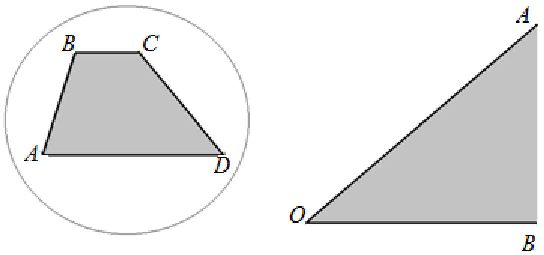
***4. Плоское геометрическое тело и его периметр.*** Геометрическую фигуру Ф плоскости называют *плоским* *геометрическим телом*, если она является замыканием некоторой области G, то есть $\Phi = \overline{G} = C \cup S(G)$. При этом обязательно внутренность Ф совпадает с G, граница S (Ф) = S (G) и эту границу называют *периметром* тела Ф.

***Примеры:***

1. Круг является плоским телом, а окружность и окрестность – не является телом.
2. Каждый многоугольник является телом, а объединение двух многоугольников может быть телом, а может и не быть.

Плоские геометрические тела могут быть *ограниченными* и *неограниченными*.

***Пример.*** На рис. 3 в случае а) имеем ограниченную фигуру *F* (трапецию *ABCD*), а в случае б) – неограниченную (плоский угол *AOB*).

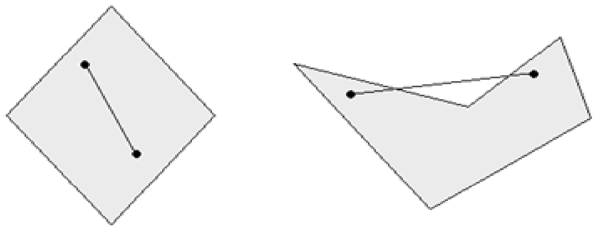



а) б)

**Рис. 3**

Плоская фигура (в частности тело) называется *выпуклой*, если любые две ее точки можно соединить отрезком, который полностью содержится в этой фигуре.

***Пример.*** На рис. 4 в случае а) имеем выпуклое плоское геометрическое тело, а в случае б) – невыпуклые.



а) б)

**Рис. 4**

***5. Критерий плоского геометрического тела.*** Из определения плоского геометрического тела следует, что геометрическая фигура *Ф* является телом тогда и только тогда, когда выполняются условия:

- граница фигуры Ф совпадает с границей ее внутренности и содержится в *Ф*;
- любые две внутренние точки фигуры *Ф* можно соединить ломаной, все точки которой являются внутренними точками *Ф*.

*Это утверждение можно считать определением плоского геометрического тела и оно эквивалентно приведенному выше.*

**Площадь плоского геометрического тела**

Окружающий нас мир состоит из различного сочетания плоских и объемных фигур. В какой бы сфере не работал человек (строительство, архитектура, геология, агрономия, астрономия и др.), он должен знать свойства геометрических фигур и тел, уметь находить их объемы, площади, производить измерения. Эти умения и навыки необходимы человеку и в его повседневной деятельности.

Измерением площади люди занимаются не одно тысячелетие. Еще 4-5 тыс. лет назад вавилоняне умели вычислять площадь прямоугольника и трапеции в квадратных единицах. Квадрат издавна служил эталоном при измерении площадей благодаря таким своим свойствам как равные стороны, равные и прямые углы, симметричность и общее совершенство формы. Квадраты легко строить, ими можно заполнить части плоскости (но наряду с этим в Древнем Китае мерой площади был прямоугольник) [3, с. 27].

Казалось бы, если есть единица измерения длины, то с измерением площадей не может быть никаких проблем. Берем квадрат со стороной, длина которой равна единице, например, сажень, и получаем квадратную сажень - вот и единица измерения площади. Или с версты создаем квадратную версту.

Потребность в измерении площадей возникла из-за необходимости знать числовую характеристику земельных участков, чтобы знать размер дани или налога.

Известно, что население Древнего Египта в основном занималось земледелием, но плодородной земли было очень мало – только в долине реки Нил, а дальше шли бескрайние пустыни. Каждую весну Нил разливался и удобрял землю плодородным илом. При разливе реки смывались границы участков, менялись их площади. Тогда потерпевшие обращались к фараону, он посылал землемеров, чтобы восстановить границы участков, выяснить, как изменилась их площадь и установить размер налога. Уже тогда «египтяне начали задумываться над тем, каким же образом следует измерять поля, чтобы можно было отдать каждому то, что ему принадлежит» [14].

В древнем Вавилоне также приходилось восстанавливать границы участков после разлива дважды в год рек Тигр и Евфрат.

Наши предки славяне для измерения площади разбивали земельные участки на куски в форме прямоугольников, треугольников и почти прямоугольной трапеции. Площадь участка треугольной формы исчислялась как половина произведения основания на боковую сторону, а площадь участка в виде трапеции – как произведение полсуммы оснований на боковую сторону («хобот»). Поле неправильной формы делили на отдельные участки в форме прямоугольника, трапеции, треугольника; измеряли площадь каждой в отдельности, а результаты складывали. В монографии Грацианськои Л.Н. можно найти способ измерения поля, которое было в форме неправильного четырехугольника или неправильного треугольника [5, с. 63-64].

Для выполнения таких вычислений не стоило изучать геометрию, прилагать значительные усилия для измерения земельных участков квадратными единицами; здесь точности не требовалось. Даже термин «площадь» не использовался. Например, древнекитайские задачи об измерении полей заканчивались стандартным вопросом: «Спрашивается, какое поле?». Слово «поле» выступало в роли термина «площадь», поскольку последнего еще не было [2, с. 240]. В китайской «Математике в девяти книгах» можно найти следующую задачу: «Есть круглое поле, длина которого 30 бу. Диаметр 10 бу. Спрашивается, какое поле?» [10, с. 445].

На территории этнической Украины население издавна занималось земледелием. В земледельческой практике нужно было измерять поле. Народные меры, появившиеся в процессе тех или иных полевых работ, имели достаточно условный характер, были слишком приблизительными. Наиболее распространенной была мера «день пахать», или «день земли», или «на один плуг», то есть величина поля, вспаханная в течении дня.

Поскольку производительность вспашки зависела от типа почвы, совершенства орудий пахоты и тягловой силы, то и величины были неодинаковы. В Карпатах мера «день пахать» составляла один морг (0,57 га) земли, а на большинстве этнической территории приближалась к одному гектару. Слово «морг» польско-литовского происхождения, заимствованное из немецкого языка, где 1 поле (волока) имело 30 моргов; франконское поле имело 48 моргов.

На Полесье бытовала мера «соха», то есть примерно 0,40 га. Меньше размером была «упруга» – третья часть меры «день земли», распространенная на Левобережной Украине. «Упруги» были утренние, обеденные, вечерние.

Большие площади земли измерялись «полями» (19-25 га), на Полесье, Волыни – «волоками» (21 га), которые делились на «прутья» (1,2-1,5 га). Это были несколько регламентированы меры поля, в отличие от тех, которые определялись по проделанной работе в течение единицы времени. Существовали меры площади по величине скошенного поля («день косить»), по количеству высеянного зерна – «веко» (1/8 га, на которую приходится 25 л зерна ржи для посева).

На Закарпатье крестьяне пользовались мерой, которая называлась «делец» («телека») – величина сельскохозяйственных угодий, что обеспечивала прожиточный минимум для хозяина. Сюда относились: усадьба, поле, луга, пастбища. Народные меры оказались живучими: даже после введения стандартизированных единиц, таких, как десятина (1 га), морг (0,57 га), гольд (0,48 га), кадастровый гольд (0,57 га), угр (1 га) и т.п., крестьяне использовали древние меры [8].

Со временем для пахотных земель главную роль начала выполнять четверть – площадь, на которой высевали четверть (меру объема) ржи. Однако уже в XVI веке стало очевидным, что четверть – очень малая единица для описания земель, поэтому начали использовать десятину. В то время десятина составляла $50 \times 50 = 2500$ саженей квадратных или 1,166 гектара и состояла из двух четвертей по 0,58 га. Вот только слова «квадратный» тогда не существовало, и такие меры называли «круглыми», «дробными» или «четырехгранными».

Десятина была официальной счетной единицей, но на практике применяли более удобную единицу – четверть, или четь, равную половине десятины. Четверть (четь) делилась на две осьмины, осьмина – на две полосьмины, а полосьмина – на два четверика. Четверть по коэффициенту три могла делиться на три третника, шесть полтретников и т.д. 1/64 часть четверти (чети) называлась малый четверик.

Ученикам будут интересными исторические задачи об измерении площади земельного участка. К примеру:

*Задача.* В книге В. Подова «К тайнам истории» [13] написано, что в 1714 году на правом берегу Северского Донца на территории Привольного, где через 40 лет расположилась пятая рота полка Депрерадовича, Василий Щабельский получил около 300 четей земли «для пашения хлеба» и сенокосной луки на 1000 коп, да еще и лесной остров посреди Донца. Попробуйте оценить размер земли, которую получил Василий Щабельский.

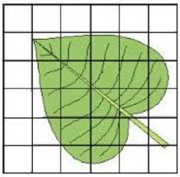
*Решение.* Четь (четверть) составляла 1/2 десятины. Переход на 7-футовый сажень еще только начался, и в первую очередь он касался кораблестроения. Только в середине XVIII в. стал широко внедряться сажень, равный 7 футам или 213,36 см. А землемерное дело было наиболее консервативным, да еще и на периферии Российской империи. Поэтому с уверенностью можно считать десятину равной 1,12 га, а четь, соответственно, 0,56 га.

Итак, 300 четей пахотной земли, полученной Щабельским, составляет около 168 гектаров. А 1000 коп сенокосы можно приравнять к 100 десятин по 1,12 га, поскольку 10 коп = 1 десятина. Поэтому добавим еще 112 га. Всего же, не считая острова с лесом, он получил 280 га земли или 2800000 м$^2$, или 2,8 км$^2$.

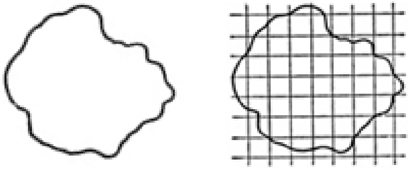
В 1875 году 17 стран подписали Метрическую конвенцию, по которой обязывались ввести в своих странах систему мер, что, по мнению ее авторов, годилась «на все времена и для всех народов». В соответствии с ней длина измерялась в метрах, масса – в килограммах, а площадь земельных участков – в арах. Ар составлял площадь квадрата со стороной 10 метров, то есть 100 квадратных метров - привычная нам «сотка». Для измерения больших площадей эта величина была недостаточной, поэтому в землепользовании используют единицу в сто «соток» - гектар. Слово «гектар» образовано из слова «ар» (происходит от латинского «ареа» - площадь) и приставки «гекто», что обозначает «сто».

Так измерялись площади земельных участков. Но как измерить площадь небольших предметов, которые не являются прямоугольниками или квадратами, например, площадь листа дерева? В таких случаях пользуются палеткой – прозрачной пластиной, на которую нанесена масштабная квадратная сетка.

Эта пластинка накладывается на фигуру, площадь которой нужно измерить (рис. 5). Подсчитав количество квадратов (полных и неполных), можно найти площадь фигуры.



а)



б)

**Рис. 5**

Для приближенного определения площади плоских фигур неправильной формы используется также прибор, изобретенный в XIX столетии украинским математиком Буняковским В.Я. – планиметр (рис. 6). Это механический прибор, который дает возможность приближенно, путем обвода контура фигуры любой формы определить ее площадь. Планиметры бывают линейные и полярные.

**Рис. 6**

Первые сведения о площади фигуры и способы ее измерения ученики получают на пропедевтическом уровне в 4 классе. В курсе математики 5-6 классов их знания расширяются и обобщаются сведениями о единицах измерения площади и формулах ее расчета. В 8 классе в курсе геометрии в учащихся формируется понятие площади фигуры, а также выводятся формулы для вычисления площадей прямоугольника, параллелограмма, треугольника, ромба, трапеции, правильных многоугольников [11].

Практика показывает, что даже после изучения данной темы мало кто из учеников может объяснить, что такое площадь геометрической фигуры и какими свойствами она обладает. Это указывает на то, что должен быть другой, более эффективный подход к изучению темы «Многоугольники. Площади многоугольников».

Раскрытие понятия площади плоского геометрического тела стоит начать с практических упражнений на измерение площади с помощью палетки (для небольших по размеру геометрических плоских тел), а также задач на нахождение и сравнения площади приусадебного участка, квартиры, страны и т.д. На основе таких упражнений учащиеся могут сделать ряд важных *выводов:*

*а) каждому из рассмотренных плоских физических объектов ставится в соответствие положительное число, которое называется его площадью;*

*б) чтобы получить это число, необходимо установить единицу измерения;*

*в) одинаковые физические объекты имеют равные площади;*

*г) если плоское тело состоит из нескольких частей, то его площадь равна сумме площадей этих частей.*

После обсуждения и обобщения результатов рассмотренных задач от физических плоских объектов следует перейти к рассмотрению плоских геометрических тел: прямоугольника, параллелограмма, треугольника, ромба, трапеции, круга, которые, как известно, являются *математическими моделями плоских физических объектов*. Только теперь можно выяснять, что понимать под площадью плоского геометрического тела?

Ученикам можно предложить следующее определение:

*Определение.* ***Площадью плоского геометрического тела*** *называется положительная функция, которая обладает следующими свойствами:*

*1) задана на множестве плоских геометрических тел;*

*2) для плоского квадрата, сторона которого равна единице длины, значение функции равно единице (единица измерения);*

*3) равным плоским телам ставит в соответствие равные значения;*

*4) аддитивная (если плоское тело разбить на несколько частей, площадь которых известна, то его площадь равна сумме площадей этих частей).*

Таким образом, в учащихся формируется представление о том, что *площадь плоского геометрического тела* – функция $S\colon M \to R_+$, где $M$ – множество плоских геометрических тел; $R_+$ – множество положительных чисел [15].

Как известно, основными способами задания функции являются аналитический, графический, табличный и описательный. Как может быть задана введена функция? Ответ на данный вопрос учащиеся могут получить только частично, изучив указанную тему и тему «Первообразная и интеграл» в курсе алгебры и начал анализа.

Если классифицировать плоские геометрические тела на *простые* и *непростые*, а затем выделить другие классы – параллелограммы, треугольники, круг и т.д., то такую функцию можно задать аналитически. К примеру:

(1) $S = ab$ – площадь прямоугольника, где $a$ и $b$ – стороны прямоугольника; в случае квадрата $S = a^2$;

(2) $S = ah_a$ – площадь параллелограмма, где $a$ и $b$ – стороны параллелограмма, $h_a$ и $h_b$ – высоты, проведенные к соответствующим сторонам;

(3) $S = ah$ – площадь ромба, где $a$ – сторона, $h$ – высота ромба;

(4) $S = \frac{1}{2}(a + b)h$ – площадь трапеции, где $a$ и $b$ – основания трапеции, $h$ – ее высота;

(5) $S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\varphi$ – площадь любого выпуклого четырехугольника, где $d_1, d_2$ – его диагонали, $\varphi$ – угол между диагоналями;

(6) $S = \frac{1}{2}ah_a$, $S = \frac{1}{2}ab \sin\gamma$ – площадь треугольника, где $a, b$ – стороны треугольника; $\gamma$ – угол, что лежит напротив стороны $c$; $h_a$ – высота, проведенная до стороны $a$;

(7) $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ – площадь прямоугольного треугольника;

(8) $S = pr = \frac{1}{2}nar = \frac{1}{4}a^2 n\, ctg\frac{180^\circ}{n}$ – площадь правильного многоугольника, где $a$ – сторона, $n$ – количество сторон многоугольника, $r$ – радиус вписанного в многоугольник круга;

(9) $S = \pi R^2$ – площадь круга, де $R$ – радиус круга.

Эти формулы и станут в дальнейшем предметом изучения на уроках геометрии.

В курсе алгебры и начал анализа ученики ознакомятся с еще одним классом плоских тел – криволинейными трапециями – и формулой для нахождения площади этих фигур с помощью определенного интеграла:

(10) $S = \int_a^b f(x)dx$ – площадь криволинейной трапеции.

Ученики должны понять, что общей формулы нет и для конкретного класса плоских тел она своя. Рассмотрение других геометрических тел, вероятно, даст другие формулы.

**Выводы.** Предложенный нами способ введения понятия плоского геометрического тела и его площади предлагаем включать в школьный учебник по геометрии для классов академического, профильного и углубленного уровней изучения.

Дальнейшие перспективы развития нашего исследования видим в выводе формул площади многоугольников на основе приведенного выше определения площади плоского геометрического тела и с учетом всех его свойств.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Бевз Г.П. и др. Геометрия: Учебник для 8 кл. средних общеобразовательных учреждений / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, Н. Владимирова. – М.: Вежа, 2008. – 256 с.: ил.
2. Березкина Э.И. Математика древнего Китая. – М.: Наука, 1980. – 311 с.
3. Глейзер Г.И. История математики в школе VII-VIII кл. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1982. – 240 с.
4. Государственный стандарт базового и полного общего среднего образования. Утвержденный постановлением Кабинета Министров Украины от 23 ноября 2011, №1392.
5. Граціанська Л.М. Нариси з народної математики України. – К.: Вид-во Київського університету, 1968. – 100 с.
6. Жалдак М.И., Михалин Г.А., Деканов С.Я. Математический анализ. Функции многих переменных: Учебное пособие. – К.: НПУ имени М.П. Драгоманова, 2007. – 430 с.
7. Істер О.С. Геометрія: підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С. Істер. – К.: Генеза, 2016. – 216 с.
8. Каленюк С.П. Краєзнавцю про вимірювання / Л.Л. Потапенко. – Лисичанськ: ПП «Прінтекспрес», 2011. – С. 56-62.
9. Колмогоров А.Н., Семенович А.Ф., Черкасов Р.С. Геометрия: Учебное пособие для 6–8 кл. сред. шк. / Под ред. А.Н. Колмогорова. – М .: Просвещение, 1979. – 383 с.
10. Математика в девяти книгах / Пер. и примеч. Э.И. Березкиной. – Ист.-мат. исслед., 1957, вып. Х. – С. 445.
11. Математика. Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Програму підготували: М.І. Бурда, Ю.І. Мальований, Є.П. Нелін, Д.А. Номіровський, А.В. Паньков, Н.А. Тарасенкова, М.В. Чемерис, М.С. Якір. – К.: 2012, Затверджено МОНМСУ (наказ МОНМСУ від 06.06.2012 р. № 664).
12. Погорелов А.В. Геометрия: Учеб. для 7–11 кл. сред. шк. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 1993. – 383 с.
13. Подов В.И. К тайнам истории [Текст]: Заметки краеведа /

В.И. Подов; Луганский региональный научно-исследовательский центр по проблемам истории Донбасса. – Луганск: Світлиця, 1996. – 103 с.
14. Прокопович Феофан. Філософські твори в трьох томах. Т. 3. Математика, історичні праці, вірші, листи. Переклад з латинської. – К., 1981. – Режим доступу: http://litopys.org.ua/procop/proc304.htm.
15. Снігур Т.О. Формування в учнів поняття площі фігури // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2015), м. Черкаси, 4-5 червня 2015 р. – Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – С. 76-77.

**Татьяна А. Снигур**
Одеска национална академия „О.С.Попова“, гр. Киев, катедра по телекомуникации
E-mail: snigurtania@gmail.com