Задачи за **първи етап** (месец декември)

на Турнира за купата на декана по математика

Задача 1.

а) Пресметнете $f(A)$ и $\varphi(A)$, където $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$, $\varphi(x) = x^3 - 6x - 2$.

б) Проверете, че ако $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ и $\mathrm{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, то

$A^2 - (a+d)A + (ad - bc)E = 0$.

Задача 2. Докажете неравенството

$$\operatorname{arctg} x + \sin(x + \pi) \, . \cos(x + \pi) + \pi \geq \frac{\pi}{1 + \pi x} + \frac{1}{2}\sin(2x + 2\pi) - \frac{3}{2} + A$$

за $\forall x \geq 0$, където A е границата

$$A = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{5 - x} - 2}{3 - \sqrt{8 + x}}$$

Задача 3. Даден е трапец $ABCD$ с основи $AB = 5$ и $CD = 3$. Ако е известно, че триъгълникът ΔBCO е равностранен, където точка $O = AC \cap BD$ е пресечната точка на диагоналите му, то да се намери лицето на триъгълника ΔBCO.