## Общо уравнение на права в равнината

**Уравнението $\boldsymbol{ax+by+c=0}$ се нарича общо уравнение на правата**.

Декартово уравнение на правата $l$ е $y=kx+n$, където $k=\operatorname{tg}\alpha$ се нарича ъглов коефициент на правата; $\alpha$ е ъгълът, който правата сключва с положителната посока на оста $Ox$; $n$ е отрезът на правата от оста $Oy$.

*Ако правата $l$ е зададена с общото си уравнение $ax+by+c=0$, ъгловия коефициент на правата можем да намерим с $k=-\frac{a}{b}$.

* Правите $g_1$ и $g_2$ са различни и успоредни тогава и само тогава, когато $k_1=k_2$.

* Правите $g_1$ и $g_2$ са перпендикулярни, тогава и само тогава, когато $k_1.k_2=-1$. За практически цели, когато например е даден коефициентът $k_1$, а се търси $k_2$, където $k_1$ и $k_2$ са ъгловите коефициенти на две перпендикулярни прави, горната формула обикновено използваме във вида $k_2=-\frac{1}{k_1}$.

* Ако две прави, зададени с общите си уравнения, се пресичат в една точка, то координатите на тази точка могат да бъдат определени чрез решаване на система от двете уравнения на правите:

$$\left|\begin{aligned} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{aligned}\right.$$

**Уравнение на права през една точка с известен ъглов коефициент:** Ако права $l$ минава през точка $M(x_0\,;\ y_0)$ и има ъглов коефициент $k$, уравнението и е $y-y_0=k(x-x_0)$.

**<u>Пример 1:</u> Намерете уравнение на правата g, която минава през точката M(1, 1) и има ъглов коефициент $\boldsymbol{k=2}$.**

<u>Решение:</u>

g: $y-y_0=k(x-x_0)$

g: $y-1=2(x-1)$

g: $y-1=2x-2$

g: $2x-2+1-y=0$

g: $2x-y-1=0$

**<u>Пример 2:</u> Намерете уравнение на правата g, която минава през точката $\boldsymbol{M(2\ ;\ -1)}$ и има ъглов коефициент $\boldsymbol{k = \frac{1}{3}}$.**

<u>Решение:</u>

g: $y - y_0 = k(x - x_0)$

g: $y + 1 = \frac{1}{3}(x - 2)$

g: $3y + 3 = x - 2$

g: $x - 2 - 3y - 3 = 0$

g: $x - 3y - 5 = 0$

**<u>Пример 3:</u> Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{g}$, минаваща през точка $\boldsymbol{M(2\ ;\ 1)}$ и успоредна на правата $\boldsymbol{p: 2x + 3y + 4 = 0}$**

<u>Решение</u>: $p: 2x + 3y + 4 = 0 \;\Rightarrow\; k_p = -\frac{a}{b} = -\frac{2}{3}$

$g \parallel p \;\Rightarrow\; k_g = k_p \;\Rightarrow\; k_g = -\frac{2}{3}$

Ще намерим уравнението на правата $g$, като права минаваща през точка $M(2\ ;\ 1)$ и имаща ъглов коефициент $k_g = -\frac{2}{3}$ :

g: $y - y_0 = k(x - x_0)$

g: $y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 2)$

g: $3y - 3 = -2(x - 2)$

g: $3y - 3 = -2x + 4$

g: $2x - 4 + 3y - 3 = 0$

g: $2x + 3y - 7 = 0$

**<u>Пример 4:</u> Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{g}$, минаваща през точка $\boldsymbol{M(-1\ ;\ -2)}$ и успоредна на правата $\boldsymbol{p: x - 3y + 5 = 0}$**

<u>Решение</u>: $p: x - 3y + 5 = 0 \;\Rightarrow\; k_p = -\frac{a}{b} = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$

$g \parallel p \;\Rightarrow\; k_g = k_p \;\Rightarrow\; k_g = \dfrac{1}{3}$

Ще намерим уравнението на правата $g$, като права минаваща през точка $M(-1\,;\,-2)$ и имаща ъглов коефициент $k_g = \frac{1}{3}$ :

g: $y - y_0 = k(x - x_0)$

g: $y + 2 = \frac{1}{3}(x + 1)$

g: $3y + 6 = x + 1$

g: $x + 1 - 3y - 6 = 0$

g: $x - 3y - 5 = 0$

**Пример 5: Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{g}$, минаваща през точка $\boldsymbol{M(2\,;\,1)}$ и перпендикулярна на правата $\boldsymbol{p: 2x + y + 3 = 0}$**

Решение: $p: 2x + y + 3 = 0 \;\Rightarrow\; k_p = -\frac{a}{b} = -\frac{2}{1} = -2$

$g \perp p \;\Rightarrow\; k_g = -\dfrac{1}{k_p} \;\Rightarrow\; k_g = -\dfrac{1}{-2} = \dfrac{1}{2}$

Ще намерим уравнението на правата $g$, като права минаваща през точка $M(2\,;\,1)$ и имаща ъглов коефициент $k_g = \frac{1}{2}$ :

g: $y - y_0 = k(x - x_0)$

g: $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 2)$

g: $2y - 2 = x - 2$

g: $x - 2 - 2y + 2 = 0$

g: $x - 2y = 0$

**Пример 6: Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{g}$, минаваща през точка $\boldsymbol{M(-1\,;\,5)}$ и перпендикулярна на правата $\boldsymbol{p: x - y - 4 = 0}$**

Решение: $p: x - y - 4 = 0 \;\Rightarrow\; k_p = -\frac{a}{b} = -\frac{1}{-1} = 1$

$g \perp p \;\Rightarrow\; k_g = -\dfrac{1}{k_p} \;\Rightarrow\; k_g = -\dfrac{1}{1} = -1$

Ще намерим уравнението на правата $g$, като права минаваща през точка $M(-1\ ;\ 5)$ и имаща ъглов коефициент $k_g = -1$ :

g: $y - y_0 = k(x - x_0)$

g: $y - 5 = -1(x + 1)$

g: $y - 5 = -x - 1$

g: $x + 1 + y - 5 = 0$

g: $x + y - 4 = 0$

**<u>Пример 7</u>: Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{p}$ с ъглов коефициент $\boldsymbol{k_p = -\frac{1}{3}}$ , минаваща през пресечната точка на правите**

$\boldsymbol{g_1: 2x + y + 1 = 0}$ **и** $\boldsymbol{g_2: 3x + 4y - 6 = 0.}$

<u>Решение</u>: Ако две прави, зададени с общите си уравнения, се пресичат в една точка, координатите на тази точка могат да бъдат определени чрез решаване на система от двете уравнения на правите:

$$\left| \begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array} \right.$$

Т.е. координатите на пресечната точка на правите $g_1$ и $g_2$ ще намерим, решавайки системата:

$$\left| \begin{array}{l} 2x + y + 1 = 0 \\ 3x + 4y - 6 = 0 \end{array} \right.$$

Решението на системата е $x = -2,\ y = 3 \Rightarrow$ пресечната точка на правите $g_1$ и $g_2$ е $M(-2\ , 3)$.

Ще намерим уравнението на правата $p$, като права минаваща през точка $M(-2\ ;\ 3)$ и имаща ъглов коефициент $k_p = -\frac{1}{3}$ :

g: $y - y_0 = k(x - x_0)$

g: $y - 3 = -\frac{1}{3}(x + 2)$

g: $3y - 9 = -x - 2$

g: $x + 3y - 9 + 2 = 0$

g: $x + 3y - 7 = 0$

**<u>Пример 8</u>: Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{p}$ с ъглов коефициент $\boldsymbol{k_p = 3}$ , минаваща през пресечната точка на правите**

$\boldsymbol{g_1}$: $\boldsymbol{2x + y - 4 = 0}$ и $\boldsymbol{g_2}$: $\boldsymbol{3x - y - 1 = 0.}$

<u>Решение</u>:

координатите на пресечната точка на правите $g_1$ и $g_2$ ще намерим, решавайки системата:

$$\begin{vmatrix} 2x + y - 4 = 0 \\ 3x - y - 1 = 0 \end{vmatrix}$$

Решението на системата е $x = 1$, $y = 2 \Rightarrow$ пресечната точка на правите $g_1$ и $g_2$ е $M(1\ ,2)$.

Ще намерим уравнението на правата $p$, като права минаваща през точка $M(1\ ;\ 2)$ и имаща ъглов коефициент $k_p = 3$ :

g: $y - y_0 = k(x - x_0)$

g: $y - 2 = 3(x - 1)$

g: $y - 2 = 3x - 3$

g: $3x - y - 1 = 0$

**Уравнение на права през две дадени точки:** Ако права $l$ минава през точки $M(x_1\ ;\ y_1)$ и $N(x_2\ ;\ y_2)$, уравнението на правата $l$ намираме по формулата:

$$\boldsymbol{\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}}$$

( т.е. имаме две точки и: $x_1$ е първата координата на първата точка, $x_2$ е първата координата на втората точка, и съответно $y_1$ е втората координата на първата точка, а $y_2$ е втората координата на втората точка)

**<u>Пример 9:</u> Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{g}$, минаваща през точка $\boldsymbol{A(2\ ;3)}$ и точка $\boldsymbol{B(3\ ;5)}$.**

<u>Решение</u>: Ще намерим уравнението на правата $g$, като права минаваща през две точки :

$$g:\ \frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$g:\ \frac{y-3}{5-3}=\frac{x-2}{3-2}$$

$$g:\ \frac{y-3}{2}=\frac{x-2}{1}$$

$$g:\ 2(x-2)=1(y-3)$$

$$g:\ 2x-4=y-3$$

$$g:\ 2x-y-1=0$$

**<u>Пример 10:</u> Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{g}$, минаваща през точка $\boldsymbol{A(1\,;-2)}$ и точка $\boldsymbol{B(2\,;3)}$.**

<u>Решение</u>: Ще намерим уравнението на правата $g$, като права минаваща през две точки :

$$g:\ \frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$g:\ \frac{y+2}{3+2}=\frac{x-1}{2-1}$$

$$g:\ \frac{y+2}{5}=\frac{x-1}{1}$$

$$g:\ 5(x-1)=1(y+2)$$

$$g:\ 5x-5=y+2$$

$$g:\ 5x-y-7=0$$

**<u>Пример 11:</u> Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{p}$, минаваща през точка $\boldsymbol{A(-5\,;-1)}$ и пресечната точка на правите**

$$\boldsymbol{g_1: 2x+y-4=0 \ \text{ и } \ g_2: 3x-y-1=0.}$$

<u>Решение</u>:

координатите на пресечната точка на правите $g_1$ и $g_2$ ще намерим, решавайки системата:

$$\begin{vmatrix} 2x + y - 4 = 0 \\ 3x - y - 1 = 0 \end{vmatrix}$$

Решението на системата е $x = 1,\ y = 2 \Rightarrow$ пресечната точка на правите $g_1$ и $g_2$ е $B(1\ ,2)$.

Ще намерим уравнението на правата $p$, като права минаваща през точките $A(-5\ ;-1)$ и $B(1\ ,2)$ :

$p$: $\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

$p$: $\dfrac{y + 1}{2 + 1} = \dfrac{x + 5}{1 + 5}$

$p$: $\dfrac{y + 1}{3} = \dfrac{x + 5}{6}$

$p$: $3(x + 5) = 6(y + 1)$

$p$: $3x + 15 = 6y + 6$

$p$: $3x - 6y + 15 - 6 = 0$

$p$: $3x - 6y + 9 = 0$

**<u>Пример 12:</u> Да се намери уравнението на права $p$, минаваща през пресечната точка на правите $3x + 2y + 7 = 0$ и $4x + 3y + 9 = 0$, и успоредна на правата $y = -2x + 3$.**

<u>Решение</u>: По условие правата $p$ минава през пресечната точка на правите $2x + y - 4 = 0$ и $3x - y - 1 = 0$ .Координатите на тази точка намираме, решавайки системата:

$$\begin{vmatrix} 3x + 2y + 7 = 0 \\ 4x + 3y + 9 = 0 \end{vmatrix}$$

Решението на системата е $x = -3,\ y = 1 \Rightarrow$ пресечната точка на правите е $A(-3\ ,1)$.

$l: y = -2x + 3 \ \Rightarrow\ k_l = -\dfrac{a}{b} = -\dfrac{-2}{-1} = -2$

По условие правите $p$ и $l$ са успоредни $\Rightarrow\ k_p = k_l \ \Rightarrow\ k_p = -2$

Ще намерим уравнението на правата $p$, като права минаваща през точка $A(-3;\ 1)$ и имаща ъглов коефициент $k_P = -2$ :

$p\colon\ y - y_0 = k(x - x_0)$

$p\colon\ y - 1 = -2(x + 3)$

$p\colon\ y - 1 = -2x - 6$

$p\colon\ 2x + y + 5 = 0$

**<u>Пример 13:</u> Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{p}$, минаваща през точка $\boldsymbol{M(2\ ,3)}$ и перпендикулярна на права, съединяваща точките $\boldsymbol{A(1\ ,7)}$ и $\boldsymbol{B(-2,-5)}$.**

<u>Решение</u>: Най- напред ще намерим уравнението на правата $AB$, като права минаваща през две точки:

$$AB\colon\ \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$AB\colon\ \frac{y - 7}{-5 - 7} = \frac{x - 1}{-2 - 1}$$

$$AB\colon\ \frac{y - 7}{-12} = \frac{x - 1}{-3}$$

$AB\colon - 12(x - 1) = -3(y - 7)$

$AB\colon - 12x + 12 = -3y + 21$

$AB\colon\ 12x - 3y + 21 - 12 = 0$

$AB\colon\ 12x - 3y + 9 = 0$

$AB\colon\ 4x - y + 3 = 0$

Намерихме общото уравнение на правата $AB$.

$AB\colon\ 4x - y + 3 = 0 \Rightarrow\ \ k_{AB} = -\frac{a}{b} = -\frac{4}{-1} = 4$

По условие правата $p$ е перпендикулярна на правата $AB \Rightarrow\ k_p = -\frac{1}{k_{AB}} = -\frac{1}{4}$

Ще намерим уравнението на правата $p$, като права минаваща през точка $M(2\ ;\ 3)$ и имаща ъглов коефициент $k_P = -\frac{1}{4}$ :

$p\colon\ y - y_0 = k(x - x_0)$

$p\colon\ y - 3 = -\frac{1}{4}(x - 2)$

$p$: $4y - 12 = -(x - 2)$

$p$: $4y - 12 = -x + 2$

$p$: $x + 4y - 12 - 2 = 0$

$p$: $x + 4y - 14 = 0$

**<u>Пример 14:</u> Да се намери уравнението на права $\boldsymbol{p}$, минаваща през точка $\boldsymbol{A(-2\ ,8)}$ и средата на отсечката $\boldsymbol{MH}$, където $\boldsymbol{M(6,-5)}$ и $\boldsymbol{N(-2,1)}$.**

<u>Решение</u>: По условие правата $p$ минава през средата на отсечката $MH$, координатите на която ще намерим по формулата $C\left(\frac{x_M + x_N}{2}\ ;\ \frac{y_M + y_N}{2}\right)$.Получаваме, че средата на отсечката $MH$ е $C(2\ ,-2)$.

Ще намерим уравнението на правата $p$, като права минаваща през точките $A(-2\ ;8)$ и $C(2\ ,-2)$ :

$$p:\ \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$p:\ \frac{y - 8}{-2 - 8} = \frac{x + 2}{2 + 2}$$

$$p:\ \frac{y - 8}{-10} = \frac{x + 2}{4}$$

$p$: $-\ 10(x + 2) = 4(y - 8)$

$p$: $-\ 10x - 20 = 4y - 32$

$p$: $10x + 4y - 32 + 20 = 0$

$p$: $10x + 4y - 12 = 0$

$p$: $5x + 2y - 6 = 0$

**<u>Пример 15:</u> Даден е $\Delta\ \boldsymbol{ABC}$, като $\boldsymbol{A(1\ ,1)}$ , $\boldsymbol{B(3\ ,2)}$ и $\boldsymbol{C(2\ ,3)}$. Да се намерят:**

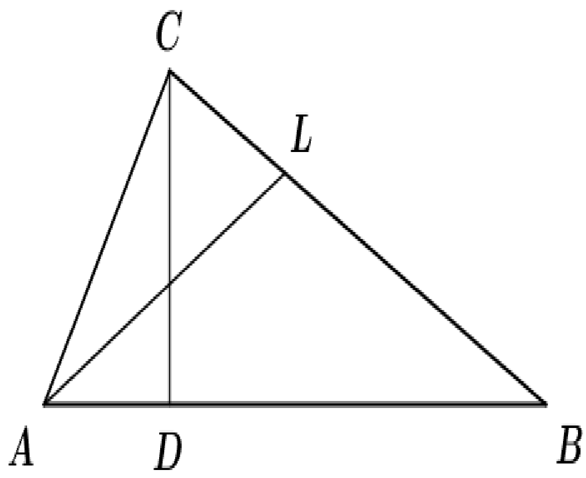
**А) уравнението на страната $\boldsymbol{AB}$;**

**Б) уравнението на височината $\boldsymbol{CD}$ през върха $\boldsymbol{C}$;**

**В) уравнението на медианата $\boldsymbol{AL}$ през върха $\boldsymbol{A}$.**

Решение: а) Ще намерим уравнението на страната $AB$, като права минаваща през точките $A(1\,;1)$ и $B(3\,,2)$ :

$$AB:\ \frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$




$$AB:\ \frac{y-1}{2-1}=\frac{x-1}{3-1}$$

$$AB:\ \frac{y-1}{1}=\frac{x-1}{2}$$

$$AB: 1.(x-1)=2(y-1)$$

$$AB: x-1=2y-2$$

$$AB:\ x-2y+1=0$$

б) $CD-$ височина $\Rightarrow\ \ CD\perp AB$

$$k_{AB}=-\frac{a}{b}=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$$

$$CD\perp AB\ \ \Rightarrow\ \ k_{CD}=-\frac{1}{k_{AB}}=-\frac{1}{{}^{1}\!/_{2}}=2$$

Ще намерим уравнението на височината $CD$, като права минаваща през точката $C(2\,;\ 3)$ и имаща ъглов коефициент $k_{CD}=2$ :

$$CD:\ y-y_0=k(x-x_0)$$

$$CD:\ y-3=2(x-2)$$

$$CD:\ y-3=2x-4$$

$$CD:\ 2x-y-4+3=0$$

$$CD:\ 2x-y-1=0$$

в) $AL-$ медиана $\Rightarrow L-$ среда на $BC\Rightarrow L\ \left(\frac{x_B+x_C}{2}\ ;\ \frac{y_B+y_C}{2}\right)\ \ \Rightarrow\ \ \boldsymbol{L}\ \left(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{5}{2}\right)$.

Ще намерим уравнението на медианата $AL$, като права минаваща през точките $A(1\,;1)$ и $L\ \left(\frac{5}{2}\ ,\ \frac{5}{2}\right)$ :

$$AL:\ \frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$AL$: $\dfrac{y-1}{\frac{5}{2}-1}=\dfrac{x-1}{\frac{5}{2}-1}$

$AL$: $\dfrac{y-1}{\frac{3}{2}}=\dfrac{x-1}{\frac{3}{2}}$

$AL$: $\frac{3}{2}(x-1)=\frac{3}{2}(y-1)$

$AL$: $x-1=y-1$

$AL$: $x-y=0$

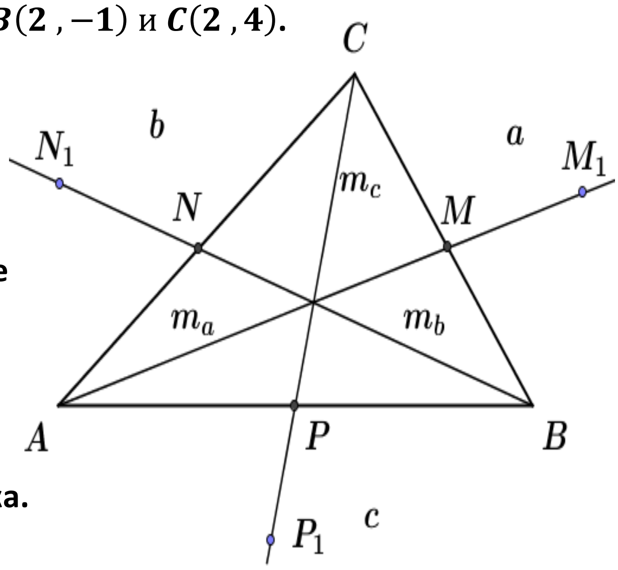
<u>**Пример 16:**</u> **Даден е** $\Delta\, ABC$**, като** $A(-1\,,3)$ , $B(2\,,-1)$ и $C(2\,,4)$.

**Да се намерят:**

**А) уравненията на страните на триъгълника;**

**Б) уравненията на височините и координатите на ортоцентъра на триъгълника;**

**В) уравненията на трите медиани и координатите на медицентъра на триъгълника.**




<u>Решение</u>: а)

$AB$: $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$AB$: $\dfrac{y-3}{-1-3}=\dfrac{x+1}{2+1}$

$AB$: $\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{x+1}{3}$

$AB$: $3x+4=-3y+9$

$AB$: $4x+3y-5=0$

$AC$: $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$AC$: $\dfrac{y-3}{4-3}=\dfrac{x+1}{2+1}$

$AC$: $\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{x+1}{3}$

$AC$: $x+1=3y-9$

$AC$: $x-3y+10=0$

$BC$: $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}$

$BC$: $\dfrac{y+1}{4+1}=\dfrac{x-2}{2-2}$

$BC$: $\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{x-2}{0}$

$BC$: $5(x-2)=0$

$BC$: $5x-10=0$

$BC$: $x=2$.

б) $h_c \perp AB \Rightarrow k_{h_c} = -\frac{1}{k_{AB}} = \frac{3}{4}$

$\left(AB: 4x + 3y - 5 = 0 \Rightarrow k_{AB} = -\frac{4}{3}\right)$

Ще намерим уравнението на височината $h_c$, като права минаваща през точката $C(2\ ;\ 4)$ и имаща ъглов коефициент $k_{h_c} = \frac{3}{4}$ :

$h_c: \quad y - 4 = \frac{3}{4}(x - 2)$

$h_c: \quad 4y - 16 = 3(x - 2)$

$h_c: \quad 4y - 16 = 3x - 6$

$h_c: \quad 3x - 4y + 10 = 0$

$h_b \perp AC \Rightarrow k_{h_b} = -\frac{1}{k_{AC}} = -3$

$\left(AC: x - 3y + 10 = 0 \Rightarrow k_{AC} = \frac{1}{3}\right)$

Ще намерим уравнението на височината $h_b$, като права минаваща през точката $B(2\ ;\ -1)$ и имаща ъглов коефициент $k_{h_c} = -3$ :

$h_b: \quad y + 1 = -3(x - 2)$

$h_b: \quad y + 1 = -3x + 6$

$h_b: \quad 3x + y + 1 - 6 = 0$

$h_b: \quad 3x + y - 5 = 0$

$H -$ ортоцентър $\Rightarrow H -$ пресечна точка на височините $\Rightarrow$ ще намерим координатите на точка $H$, като решим системата:

$$\left| \begin{array}{l} 3x - 4y + 10 = 0 \\ 3x + y - 5 = 0 \end{array} \right.$$

Решението на системата е $x = \frac{2}{3},\ y = 3 \Rightarrow H\left(\frac{2}{3}\ ; 3\right)$

Ще намерим уравнението на височината $h_a$, като права минаваща през точките $A(-1, 3)$ и $H\left(\frac{2}{3}\ ;\ 3\right)$ :

$$h_a: \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$h_a: \frac{y - 3}{3 - 3} = \frac{x + 1}{\frac{2}{3} + 1}$$

$$h_a: \frac{y - 3}{0} = \frac{x + 1}{\frac{5}{3}}$$

$h_a: \frac{5}{3}(y - 3) = 0$

$h_a: y = 3$

B) $A(-1,3)$, $B(2,-1), M_3 -$ среда на $AB \Rightarrow M_3\left(\frac{3}{2}\,;-2\right)$

$A(-1,3)$, $C(2,4), M_2 -$ среда на $AC \Rightarrow M_2\left(\frac{3}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$

$B(2,-1)$, $C(2,4), M_1 -$ среда на $BC \Rightarrow M_1\left(0\,;\frac{5}{2}\right)$

Нека с $m_a$, $m_b$ и $m_c$ означим съответно медианите към $BC$, $AC$ и $AB$.

$m_a: \dfrac{x+1}{0+1} = \dfrac{y-3}{\frac{5}{2}-3}$ $\quad m_b: \dfrac{y+1}{\frac{1}{2}+1} = \dfrac{x-2}{\frac{3}{2}-2}$ $\quad m_c: \dfrac{y-4}{-2-4} = \dfrac{x-2}{\frac{3}{2}-2}$

$m_a: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-3}{-\frac{1}{2}}$ $\quad m_b: \dfrac{y+1}{\frac{3}{2}} = \dfrac{x-2}{-\frac{1}{2}}$ $\quad m_c: \dfrac{y-4}{-6} = \dfrac{x-2}{-\frac{1}{2}}$

$m_a: -x-1 = 2y-6$ $\quad m_b: 3x-6 = -y-1$ $\quad m_c: -12x+24 = -y+4$

$m_a: x+2y-5=0$ $\quad m_b: 3x+y-5=0$ $\quad m_c: 12x-y-20=0$

$M -$ медицентър $\Rightarrow$ пресечна точка на медианите в триъгълника. Ще намерим координатите на точка $M$, като пресечна точка на $m_a$ и $m_b$, за целта :

$$\left|\begin{array}{l} x+2y-5=0 \\ 3x+y-5=0 \end{array}\right.$$

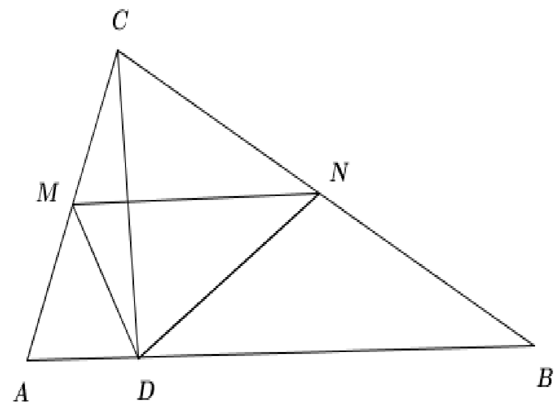
Решението на системата е $x=1,\ y=2 \Rightarrow M\,(1\,;2)$.

**<u>Пример 17:</u> Даден е $\Delta\, ABC$,**

**като $A(3\,,-1)$, $B(5\,,-1)$ и $C(-1\,,3)$.**

**$AN$, $BM$ и $CD -$ медиани.**

**Да се намерят уравненията на средните отсечки на триъгълника.**



Решение:

$AN - \text{медиана} \Rightarrow N - \text{среда на } BC \Rightarrow N\left(\frac{x_B + x_C}{2} ; \frac{y_B + y_C}{2}\right) \Rightarrow N\,(2 ; 1)$

$BM - \text{медиана} \Rightarrow M - \text{среда на } AC \Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_C}{2}\right) \Rightarrow M\,(1 ; 1)$

$CD - \text{медиана} \Rightarrow D - \text{среда на } AB \Rightarrow D\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right) \Rightarrow D\,(4 ; -1)$

Ще намерим уравнението на страната $MN$, като права минаваща през $M(1 , 1)$ и $N(2 ; 1)$ :

$MN: \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

$MN: \frac{y - 1}{1 - 1} = \frac{x - 1}{2 - 1}$

$MN: \frac{y - 1}{0} = \frac{x - 1}{1}$

$MN: y - 1 = 0$

$MN: y = 1.$

Ще намерим уравнението на страната $ND$, като права минаваща през $N(2 ; 1)$ и $D(4 ; -1)$ :

$ND: \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

$ND: \frac{y - 1}{-1 - 1} = \frac{x - 2}{4 - 2}$

$ND: \frac{y - 1}{-2} = \frac{x - 1}{2}$

$ND: 2x + 2y - 6 = 0$

$ND: x + y - 3 = 0.$

Ще намерим уравнението на страната $MD$, като права минаваща през $M(1 ; 1)$ и $D(4 ; -1)$ :

$MD: \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$

$MD: \frac{y - 1}{-1 - 1} = \frac{x - 1}{4 - 1}$

$MD: \frac{y - 1}{-2} = \frac{x - 1}{3}$

$MD: 2x - 2 = 3 - 3y$

$MD: 2x + 3y - 5 = 0$

## ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА:

**Пример 1:** **Страните $AB$, $BC$ и $AC$ на $\Delta\, ABC$ са зададени с уравненията $4x + 3y - 5 = 0$ , $x - 3y + 10 = 0$ и $x - 2 = 0$. Да се определят координатите на върховете му.**

Отг.: $A\left(\frac{5}{7} ; \frac{5}{7}\right)$ , $B(-1 ; 3)$, $C(5 ; 5)$.

**Пример 2:** **Дадена е права $p: 2x - y + 1 = 0$. Да се състави уравнение на права $g$ , минаваща през точка $M(3 ; 4)$ и:**

**а) $p \parallel g$ ;** Отг.: $2x - y - 2 = 0$ .

**б) $p \perp g$.** Отг.: $x + 2y - 11 = 0$ .

**<u>Пример 3:</u> Да се намери уравнението на права, минаваща през пресечната точка на правите $3x+2y+7=0$ и $4x+3y+9=0$, и успоредна на правата $2x+y-3=0$.**

Отг.: $2x+y+5=0$ .

**<u>Пример 4:</u> Да се намери уравнението на права $p$, минаваща през точка $K(-7\ ,0)$ и успоредна на правата $g: 3x-2y+5=0$.**

Отг.: $3x-2y+21=0$ .

**<u>Пример 5:</u> Дадена е права $p: 2x-y+3=0$. Да се намери уравнението на права, минаваща през $M(-2\ ,-1)$ и:**

**а) успоредна на $p$.** Отг.: $2x-y+3=0$ .

**б) перпендикулярна на $p$.** Отг.: $x+2y+4=0$ .

**<u>Пример 6:</u> Да се намери уравнението на права $p$, минаваща през точка $A(-2\ ,-3)$ и средата на отсечката $MH$, където $M(-3,7)$ и $N(-5,-3)$.**

Отг.: $5x+2y+16=0$ .

**<u>Пример 7:</u> Да се намерят уравненията на страните на триъгълник, ако са дадени един от върховете му $B(-4\ ,-5)$,и уравненията на две височини $5x+7y-21=0$ и $x+2y-5=0$.**

Отг.: $7x-5y+3=0$ ; $2x-y+3=0$ ; $x+y-3=0$.

**<u>Пример 8:</u> Даден е триъгълник с върхове $A(6\ ;4), B(-3;5)$ и $C(-2;\ -6)$**

**Напишете уравнението на права, минаваща през връх $A$ и успоредна на медианата , прекарана през връх $B$.**

Отг.: $6x+5y-56=0$ .

**<u>Пример 9:</u> Да се намери уравнението на права $p$, минаваща през точка $M(0\ ,1)$ и перпендикулярна на правата $g: x-5y+4=0$.**

Отг.: $5x+y-1=0$ .

**<u>Пример 11:</u> Дадени са два върха $A(6\ ;2)$ и $B(3\ ;\ -2)$ на триъгълник $ABC$ и пресечната точка на медианите му $M(3\ ;1)$. Да се намерят координатите на върха $C$.**

Отг.: $C(0\ ;3)$.

**<u>Пример 12:</u> Точките $A(0;\ -2), B(3;5)$ и $C(1;\ -1)$ са върхове на триъгълника ABC. Напишете уравнението на страната AB и височината към нея.**

Отг.: $7x-3y-6=0$ ; $3x+7y+4=0$